ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 10 JUIN 1918.

PRÉSIDENCE DE M. P. PAINLEVÉ.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

THÉORIE DES NOMBRES. — *Sur les représentations d'un entier par les formes quadratiques ternaires, indéfinies.* Note [1] de M. G. HUMBERT.

1. *Objet de la Note.* — Les représentations d'un entier par les formes quadratiques ternaires *positives* ont été très étudiées. On sait, par exemple, que le nombre des décompositions de N en une somme de trois carrés est en relation simple avec celui des classes de formes quadratiques binaires, positives, de discriminant N, et Stephen Smith a étendu la proposition au nombre des représentations de N par l'ensemble des classes ternaires, positives, appartenant à un même genre.

Pour les formes ternaires *indéfinies*, un exemple analogue est bien connu. Considérons, en effet, l'équation $N = xz - y^2$, où x, y, z sont assujettis aux conditions suivantes : 1° ils sont entiers, sans facteur commun ; 2° x et z, positifs, ne sont pas pairs à la fois ; 3° ils vérifient les *inégalités de restriction* $2|y| \leqq x \leqq z$; alors le nombre des solutions x, y, z, de l'équation proposée est évidemment égal à celui des classes de formes binaires, positives, proprement primitives, de discriminant N.

On a dû introduire des *inégalités de restriction*, parce que, les transformations linéaires de la forme $xz - y^2$ en elle-même étant en nombre infini, il en est de même du nombre *total* des solutions de la proposée.

Existe-t-il un théorème analogue pour une *forme ternaire indéfinie*

---

(1) Séance du 3 juin 1918.

quelconque? Cette question, qui semble n'avoir pas été encore abordée, à ma connaissance du moins, se traite aisément, si on lui applique les raisonnements usités dans la théorie des formes positives : il suffit de *restreindre* les solutions par des inégalités convenables.

Cette restriction peut se faire comme il suit. On sait que, $\mathfrak{F}(x, y, z)$ étant une forme ternaire indéfinie à coefficients entiers, ses *transformations semblables* en elle-même forment un groupe Γ, et l'on dit que deux *points* x, y, z et x', y', z' sont équivalents dans Γ si l'on passe de l'un à l'autre par une des substitutions de Γ. Or, d'après Poincaré, l'*intérieur* de la conique $\mathfrak{F}(x, y, z) = 0$ peut se décomposer en une infinité de *domaines*, $\mathfrak{D}$, $\mathfrak{D}'$, ..., limités par des droites, et tels que, dans chacun d'eux, il y ait un et un seul point équivalent à un point donné, intérieur à la conique.

Il est donc naturel de considérer, parmi les solutions de l'équation $\mathfrak{F}(x, y, z) = \mathrm{N}$, celles pour lesquelles le point x, y, z est dans $\mathfrak{D}$; on suppose x, y, z entiers et *sans facteur commun*, c'est-à-dire qu'on ne s'occupe que des représentations *propres* de N par $\mathfrak{F}$.

Cela posé, il suffit de reprendre, *mutatis mutandis*, les raisonnements que fait Smith dans le cas des formes positives, pour obtenir des résultats analogues aux siens, dans le cas des formes indéfinies; l'extension ne présente aucune difficulté; aussi nous bornerons-nous à énoncer les résultats définitifs, avec les notations de M. Bachmann, dans sa Théorie des nombres.

2. *Formes d'invariants* Ω, Δ *impairs*. — Soient $f_1, f_2, f_3, \ldots$ des formes ternaires indéfinies, *proprement primitives*, de mêmes invariants Ω, Δ impairs, et de déterminant $\Omega^2\Delta$ positif ($\Delta > 0$, $\Omega < 0$), choisies, *une par classe, dans un même genre donné;* et soient $\mathfrak{F}_1, \mathfrak{F}_2, \mathfrak{F}_3, \ldots$ leurs *réciproques,* supposées *proprement* primitives.

Désignons par $\mathfrak{D}_1, \mathfrak{D}_2, \ldots$ des domaines de Poincaré correspondant respectivement à $\mathfrak{F}_1, \mathfrak{F}_2, \ldots$; par ν le nombre des facteurs premiers distincts (supérieurs à 1) de $|\Omega|$; par M un entier positif, premier à $\Omega\Delta$ et > 1.

Comme nous allons parler des représentations propres de $-\mathrm{M}$ par $\mathfrak{F}_1, \mathfrak{F}_2, \ldots$, il est d'abord *nécessaire*, pour que de telles représentations soient possibles, qu'on ait

$$\left(\frac{-\mathrm{M}}{\delta}\right) = \left(\frac{\mathfrak{F}}{\delta}\right), \tag{1}$$

δ désignant tout diviseur premier de Δ, supérieur à 1.

I. *Soit* $|\Omega \mathrm{M}| \equiv 1$ *ou* $2 \pmod 4$. — *Le nombre des représentations propres*

restreintes de — M *par l'ensemble des* $\mathfrak{F}_1, \mathfrak{F}_2, \ldots$, *c'est-à-dire celui total des solutions propres de*

$$-\mathfrak{F}_i(x, y, z) = \mathrm{M}, \qquad (i = 1, 2, \ldots)$$

sous la condition restrictive que le point x, y, z *appartienne au domaine* $\mathfrak{D}_i$, *est égal à* $2^{-\nu}\mathrm{H}(\overline{\Omega\mathrm{M}})$, *où* $\mathrm{H}(\overline{\mathrm{A}})$ *désigne le nombre des classes de formes binaires, positives, proprement primitives, de discriminant* $|\mathrm{A}|$.

II. *Soit* $|\Omega\mathrm{M}| \equiv 3 \pmod 8$. — Introduisons l'unité ± 1 classique, E, définie par

$$\mathrm{E} = \left(\frac{f}{\Omega}\right)\left(\frac{\mathfrak{F}}{\Delta}\right)(-1)^{\frac{\Omega+1}{2}\frac{\Delta+1}{2}}. \tag{2}$$

Si $\mathrm{E} = +1$, *le nombre total des représentations propres, restreintes, de* — M *par les* $\mathfrak{F}_i$ *est* $2^{-\nu+1}\mathrm{H}(\overline{\Omega\mathrm{M}})$; *si* $\mathrm{E} = -1$, *il est* $2^{-\nu+1}\mathrm{H}'(\overline{\Omega\mathrm{M}})$, en désignant par $\mathrm{H}'(\overline{\mathrm{A}})$ le nombre des classes binaires, positives, *improprement primitives*, de discriminant $\overline{\mathrm{A}}$.

III. *Soit* $|\Omega\mathrm{M}| \equiv 7 \pmod 8$. — *Si* $\mathrm{E} = -1$, *il n'y a aucune représentation propre de* — M *par les* $\mathfrak{F}_i$.

Si $\mathrm{E} = +1$, *le nombre total des représentations propres, restreintes, de* — M *par les* $\mathfrak{F}_i$ *est* $2^{-\nu+1}\left[\mathrm{H}(\overline{\Omega\mathrm{M}}) + \mathrm{H}'(\overline{\Omega\mathrm{M}})\right]$.

On peut résumer en disant que, dans les cas I, II, III, le nombre des représentations propres, restreintes, de — M par les $\mathfrak{F}_i$ est

$$2^{-\nu}\left[\mathrm{H}(\overline{\Omega\mathrm{M}}) + (2\mathrm{E}+1)\mathrm{H}'(\overline{\Omega\mathrm{M}})\right].$$

3. *Formes d'invariants* Ω *impair et* Δ *pair.* — Mêmes hypothèses sur les f et $\mathfrak{F}$, ainsi que sur M; seulement, δ désigne tout diviseur premier *impair* de Δ.

IV. *Soit* $|\Omega\mathrm{M}| \equiv 1 \pmod 4$. — *Le nombre total des représentations propres, restreintes, de* — M *par les* $\mathfrak{F}_i$ *est* $2^{-\nu}\mathrm{H}(\overline{\Omega\mathrm{M}})$.

V. *Soient* $|\Omega\mathrm{M}| \equiv 2 \pmod 4$ *et* $\Delta \equiv 2 \pmod 4$. — *Le nombre en question a encore la même expression.*

Dans IV, M *est supposé premier à* $\Omega\Delta$; *dans* V, *à* $\frac{1}{2}\Omega\Delta$.

4. *Exemples.* — Voici maintenant des exemples dans lesquels Ω et Δ sont

premiers entre eux, en sorte que, d'après un théorème d'Arnold Meyer, il n'y aura qu'*une* classe par genre, c'est-à-dire qu'il n'y aura qu'une forme f et une forme $\mathfrak{F}$ à considérer.

1° *Soient*

$$f = 3x^2 - y^2 - z^2; \qquad \mathfrak{F} = 3z^2 + 3y^2 - x^2.$$

On a

$$\Omega = -1, \qquad \Delta = 3, \qquad \delta = 3, \qquad \left(\frac{\mathfrak{F}}{\delta}\right) = \left(\frac{\mathfrak{F}}{\Delta}\right) = -1, \qquad \nu = 0, \qquad E = -1.$$

M est positif, tel que $\left(\frac{M}{3}\right) = +1$; les représentations sont

$$M = x^2 - 3y^2 - 3z^2,$$

avec les inégalités de restriction, déduites de la forme indiquée par M. Fricke pour le $\mathfrak{B}$ de f,

$$(3) \qquad |x| \geqq 3|y| \geqq 3|z|; \qquad xy > 0.$$

2° *Soient*

$$f = x^2 - 3y^2 - 3z^2; \qquad \mathfrak{F} = z^2 + y^2 - 3x^2.$$

On a

$$\Omega = -3; \qquad \Delta = 1; \qquad \delta = 1; \qquad \nu = 1; \qquad E = -1.$$

M est positif, premier à 3; les représentations sont

$$M = 3x^2 - y^2 - z^2,$$

avec les restrictions, déduites de (3),

$$(4) \qquad |x| \geqq |y| \geqq |z|; \qquad xy > 0.$$

3° *Soient*

$$f = x^2 - 3y^2 - z^2; \qquad \mathfrak{F} = 3z^2 + y^2 - 3x^2.$$

On a

$$\Omega = -1, \qquad \Delta = 3, \qquad \left(\frac{\mathfrak{F}}{\delta}\right) = +1, \qquad \nu \leqq 0, \qquad E = +1.$$

M est positif, tel que $\left(\frac{M}{3}\right) = -1$; les représentations sont

$$M = 3x^2 - y^2 - 3z^2,$$

avec les restrictions

$$(5) \qquad |x| \geqq |y|; \qquad |y| \leqq 3|x - z|; \qquad xz \geqq 0.$$

Si une représentation x, y, z, de M, donne, dans les inégalités de restriction correspondantes (3), (4) ou (5), un signe $=$, elle ne compte que pour $\frac{1}{2}$.

Vérifications. — *Dans* 2°, *soit* $M = 10$; on est dans le cas I : le nombre des représentations $10 = 3x^2 - y^2 - z^2$, satisfaisant à (4), doit être $2^{-1}H(30)$, c'est-à-dire $\frac{1}{2}4$, ou *deux*. On trouve en effet, ε, ε' désignant ± 1,

$$10 = 3(2\varepsilon)^2 - (\varepsilon)^2 - (\varepsilon')^2,$$

d'où quatre représentations, ne comptant que pour moitié, soit *deux*, parce que, par $|\varepsilon| = |\varepsilon'|$, on a un signe $=$ dans (4).

Dans 3°, *soit* $M = 23$; cas III, avec $E = +1$. Le nombre des représentations $23 = 3x^2 - y^2 - 3z^2$, satisfaisant à (5), doit être

$$2[H(23) + H'(23)],$$

soit *douze*, et l'on trouve pour x, y, z les solutions restreintes

$$3\varepsilon,\ 2\varepsilon',\ 0;\quad 3\varepsilon,\ \varepsilon',\ \varepsilon;\quad 5\varepsilon,\ 5\varepsilon',\ 3\varepsilon;\quad 5\varepsilon,\ 2\varepsilon',\ 4\varepsilon\qquad (\varepsilon,\ \varepsilon' = \pm 1),$$

qui comptent pour $\frac{1}{2}4 + 4 + \frac{1}{2}4 + 4$, ou *douze*.

5. *Aire non euclidienne de* $\mathfrak{D}$. — Je me bornerai au cas particulier de $\Omega = -1$ et Δ impair; il n'y a, pour un genre, qu'une f et une $\mathfrak{F}$. En reprenant les calculs de Smith pour la détermination de la *densité* d'un genre de formes *positives*, on arrive à ce résultat :

f et $\mathfrak{F}$ étant proprement primitives, Ω égal à -1 et Δ impair, l'aire non *euclidienne du domaine $\mathfrak{D}$ de Poincaré pour f*, la conique $f = 0$ étant prise comme absolu [1], *a pour expression*

$$\mathfrak{D} = \pi\,\frac{2+E}{12}\,\frac{\Delta}{2^{k-1}}\prod_{\delta}\left[1 + \left(\frac{\mathfrak{F}}{\delta}\right)\frac{1}{\delta}\right]; \tag{6}$$

les notations ci-dessus sont conservées, k désigne le nombre des δ distincts.

Cette formule, avec son second membre complété conformément à celle

---

(1) L'élément d'aire par rapport à la conique de premier membre $f(x, y, 1)$, et de déterminant D, est $dx\,dy\sqrt{\frac{D}{f^3}}$.

de Smith pour la densité, donnerait la somme des *aires* des domaines qui correspondent aux *f d'un même genre.*

Dans le cas particulier auquel je me borne ici, j'ai pu la vérifier sur tous les exemples de domaines qu'ont fait connaître M. Fricke (*Fonctions automorphes*) et M. Got dans son intéressante Thèse. En effet, quand, avec ces auteurs, on transforme $\mathfrak{D}$ en le regardant comme domaine d'un groupe fuchsien, d'après les idées de Poincaré, on trouve un polygone convexe de n côtés circulaires et dont les angles *euclidiens* ont une somme $\Sigma\omega$, et l'aire *non euclidienne* considérée est aussi

$$(7) \qquad \mathfrak{D} = (n-2)\pi - \Sigma\omega;$$

tout revient donc à comparer les seconds membres de (6) et de (7). *Par exemple*, soit

$$f = z^2 - 5x^2 + 4xy - 5y^2, \qquad \text{d'où} \qquad \mathfrak{F} = 5x^2 + \ldots;$$

on a

$$\Omega = -1, \quad \Delta = 21, \quad k = 2, \quad \left(\frac{\mathfrak{F}}{3}\right) = -1, \quad \left(\frac{\mathfrak{F}}{7}\right) = -1, \quad \left(\frac{\mathfrak{F}}{21}\right) = +1, \quad E = +1,$$

et, par (6),

$$\mathfrak{D} = \pi \frac{3}{12} \frac{21}{2} \left[1 - \frac{1}{3}\right] \left[1 - \frac{1}{7}\right] = \frac{3}{2}\pi.$$

D'autre part, M. Got a trouvé pour f un domaine à sept côtés, et dont les sept angles sont droits, c'est-à-dire que $n = 7$, $\Sigma\omega = 7\frac{\pi}{2}$, et l'on a bien

$$5\pi - 7\frac{\pi}{2} = \frac{3\pi}{2}.$$

MÉCANIQUE DES SEMI-FLUIDES. — *Intégration graphique pour le problème de l'état ébouleux, dans le cas d'un terre-plein à surface libre ondulée, indéfini à l'arrière et maintenu à l'avant par un mur courbe.* Note de M. **J. Boussinesq.**

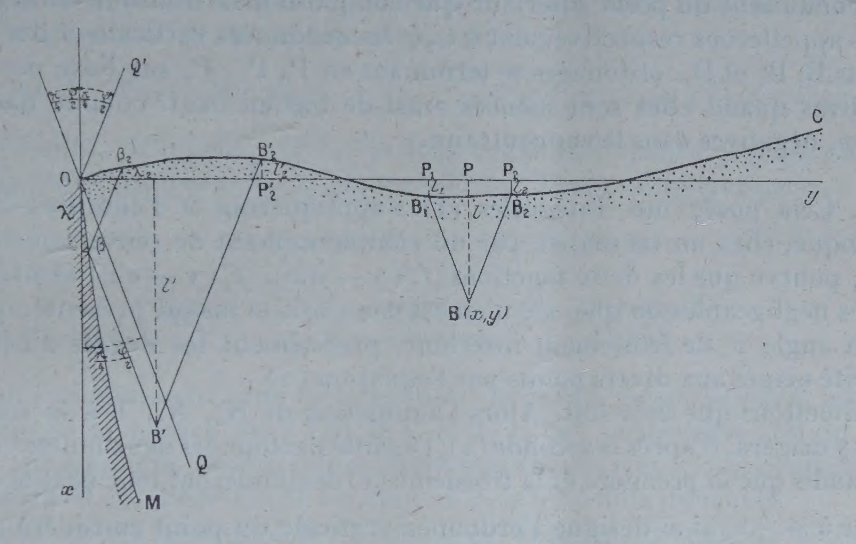
I. Abordons l'étude d'un terre-plein dont la surface libre a son profil $O\beta_2 B'_2 B_1 B_2 C\ldots$ (*fig.* 1) affecté d'ondulations assez longues ou à pentes modérées, de part et d'autre de l'axe horizontal des y, et dont le mur de soutènement est également courbe. Pour simplifier et aussi pour fixer les idées, nous supposerons que le profil $O\beta M$ de ce mur s'éloigne de plus en

plus, à partir du haut, de la droite OQ du massif inclinée de

$$a = \operatorname{tang}\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)$$

par rapport à la verticale descendante Ox; en sorte que toute parallèle à OQ, telle que $\beta B'$, issue d'un point du mur, ne rencontre ce dernier en aucun autre point.

Les équations (10) et (11) de ma Note du 22 avril 1918 (*Comptes rendus*,



t. 166, p. 625) ont été établies pour ce cas assez général d'un massif à profils courbes et y donneront, d'une part, comme pressions (ou plutôt *tensions*) principales N_x, N_y, T relatives aux axes, avec deux fonctions arbitraires $f''(y - ax)$, $f''_1(y + ax)$,

$$(1) \quad \begin{cases} N_x = -\Pi\ [x + f''(y - ax) + f''_1(y + ax)], \\ T = \ \ \Pi a\ [\ -f''(y - ax) + f''_1(y + ax)], \\ N_y = -\Pi a^2 [x + f''(y - ax) + f''_1(y + ax)]; \end{cases}$$

d'autre part, comme formule définissant l'*obliquité maxima* $\sin\varphi'$ des pressions, en chaque point (x, y),

$$(2) \quad \frac{\sin^2\varphi'}{\sin^2\varphi} = 1 + \frac{1}{\operatorname{tang}^2\varphi}\left[\frac{f''(y - ax) - f''_1(y + ax)}{x + f''(y - ax) + f''_1(y + ax)}\right]^2.$$

Soit OQ′ la symétrique de OQ par rapport à l'horizontale Oy, ou la droite d'inclinaison $-a$ quand on la suit en descendant de Q′ vers O; et imaginons que, d'un point quelconque $B(x, y)$ du massif, on mène deux parallèles, BB_1, BB_2, à QO et à OQ′, jusqu'à la rencontre ou de la surface libre, en B_1 et B_2, si le point B est pris au-dessus de OQ, ou de la surface libre, pour BB_2, et du mur, pour BB_1, si le point B est pris, au contraire, dans l'angle QOM. En d'autres termes, BB_1 et BB_2 sont les chemins ascendants des deux familles de droites $y - ax =$ const. et $y + ax =$ const. qui conduisent du point intérieur quelconque B à la frontière du massif. Nous appellerons respectivement l, l_1, l_2 les ordonnées verticales x des trois points B, B_1 et B_2, ordonnées se terminant en P, P_1, P_2 sur l'axe des y et positives quand elles sont menées ainsi de bas en haut, comme dans la figure, négatives dans le cas contraire.

II. Cela posé, nos intégrales (1) s'appliqueront à l'équilibre-limite provoqué, chez un tel massif, par un commencement de renversement du mur, pourvu que les deux fonctions $f''(y - ax)$, $f''_1(y + ax)$ aient leurs carrés négligeables ou que, s'il n'en est pas ainsi, le massif présente, quant à son angle φ' de frottement intérieur, précisément les degrés d'hétérogénéité exigés aux divers points par l'équation (2).

Admettons que cela soit. Alors l'annulation de N_x, N_y, T à la surface libre y exigera, d'après la seconde (1), l'égalité partout des deux fonctions f'', f''_1, tandis que la première et la troisième (1) demanderont leur égalité commune à $-\frac{1}{2}x$, si x désigne l'ordonnée verticale du point considéré quelconque de la surface libre.

III. On aura, dès lors, évidemment, pour notre point intérieur B, quand il appartient à l'espace principal QOC,

$$(3) \qquad x = l, \qquad f''(y - ax) = -\frac{l_1}{2}, \qquad f''_1(y + ax) = -\frac{l_2}{2};$$

et, par suite, d'après (1),

$$(4) \quad (-N_x) = \Pi\left(l - \frac{l_1 + l_2}{2}\right), \qquad T = \Pi a \frac{l_1 - l_2}{2}, \qquad (-N_y) = \Pi a^2\left(l - \frac{l_1 + l_2}{2}\right).$$

Quand le point B est pris, au contraire, dans l'angle QOM contigu au mur, en B′ (par exemple), les valeurs de x et de $f''_1(y + ax)$ sont

encore (3), ou représentées sur notre figure par l' et par $-\frac{l'_2}{2}$. Mais il n'en est plus de même pour $f''(y-ax)$, qui reçoit, en B', sa valeur relative au point du mur β où aboutit la parallèle à QO issue de B'; et cette valeur de f'' en β reste justement disponible pour permettre de satisfaire à la condition de glissement du sable contre le mur.

A cet effet, supposons, pour simplifier, le mur vertical en β, de sorte que la poussée, par unité d'aire, du massif contre le mur ait la composante tangentielle T et la composante normale $(-N_y)$. Nous devrons avoir, si φ_1 est l'angle donné de frottement extérieur,

$$(\text{en } \beta)\quad T=(-N_y)\operatorname{tang}\varphi_1 \qquad \text{ou} \qquad -f''+f''_1=a(x+f''+f''_1)\operatorname{tang}\varphi_1,$$

c'est-à-dire, en appelant λ, λ_2 les deux ordonnées verticales x des points β et β_2, puis substituant à x, f''_1 leurs valeurs (3) et multipliant par 2,

$$-2f''-\lambda_2=a(2\lambda+2f''-\lambda_2)\operatorname{tang}\varphi_1;$$

d'où

$$(5)\qquad (\text{en } \beta)\quad f''=-\frac{a\operatorname{tang}\varphi_1}{1+a\operatorname{tang}\varphi_1}-\frac{1-a\operatorname{tang}\varphi_1}{1+a\operatorname{tang}\varphi_1}\frac{\lambda_2}{2}.$$

On voit comment, une fois dessinés, ou définis *graphiquement*, les deux profils de la surface libre OB_1B_2C et de la face postérieure OM du mur, des constructions géométriques extrêmement simples feront connaître les pressions d'équilibre-limite existant en tous les points du massif.

Celui-ci sera homogène à très peu près (avec φ pour angle de frottement intérieur) dans sa partie principale QOC, pourvu que les pentes de la surface libre et, par suite, des sécantes comme B_1B_2 joignant ses divers points, n'aient partout que de très petites valeurs. Car, s'il en est ainsi, la différence des deux ordonnées l_1, l_2 sera toujours faible comparativement à leur distance, qui est de l'ordre de la distance même, $l-\frac{l_1+l_2}{2}$ sensiblement, du point intérieur considéré B à la surface libre. Le rapport $\frac{f''-f''_1}{x+f''+f''_1}$ sera donc petit dans ces conditions; et l'on pourra négliger son carré au second membre de l'équation (2) ou réduire φ' à φ.

IV. Évaluons maintenant la composante normale $(-N_y)=P$ de la poussée sur le mur par unité d'aire de sa face postérieure, en nous bornant au cas simple où cette face, verticale, a son profil OM suivant l'axe des x.

Donnons-nous l'équation de la surface libre sous la forme $x = F(y)$. Et observons qu'ici, pour les divers points β du mur, à abscisse verticale $x=\lambda$, la seule ordonnée verticale à considérer de la surface libre sera celle, λ_2, du point β_2 correspondant, dont la distance y à l'axe des x est sensiblement $O\beta \times a$ ou $a\lambda$. On aura donc, pour les points β_2,

$$\lambda_2 = F(a\lambda).$$

Par suite, la première et la troisième des équations (3), complétées par (5), donneront ensemble, pour tous ces points β,

$$(6) \quad x = \lambda, \quad f'' = -\frac{a \tan\varphi_1}{1 + a \tan\varphi_1}\lambda - \frac{1 - a \tan\varphi_1}{1 + a \tan\varphi_1}\frac{F(a\lambda)}{2}, \quad f''_1 = -\frac{\lambda_2}{2} = -\frac{F(a\lambda)}{2}.$$

Enfin, la composante normale cherchée, P ou $(-N_y)$, de la poussée par unité d'aire en β, sera, d'après la troisième formule (1), toutes réductions faites,

$$(7) \qquad P = \Pi \frac{a^2}{1 + a \tan\varphi_1}[\lambda - F(a\lambda)].$$

Aux diverses profondeurs λ, elle est en raison directe du facteur $\lambda - F(a\lambda)$, projection verticale de la distance $\beta\beta_2$ qu'il y a du point considéré β du mur au point correspondant β_2 de la surface libre. Comme toutes les droites $\beta\beta_2$ sont parallèles, c'est, en définitive, *la distance même à la surface libre, estimée suivant la direction des droites de la famille* $y + ax =$ const., *qui mesure proportionnellement la poussée par unité d'aire aux divers points* β *du mur*, comme si le massif était divisé en longs filets prismatiques infiniment minces, tous orientés suivant cette direction unique, et que chaque élément superficiel du mur dût porter une fraction déterminée du poids de la colonne sablonneuse qui s'y appuie ou dont il est la base oblique. Et l'on trouve naturel qu'il en soit bien ainsi; car c'est suivant les directions $\pm a$ des deux familles $y \mp ax =$ const., directions se réduisant à la seconde pour les points du mur, que paraissent se transmettre intégralement efforts ou influences dans les questions abordées ici.

V. Il viendra pour la composante normale tout entière,

$$\mathfrak{P} \cos\varphi_1 = \int P\, d\lambda,$$

de la poussée par unité de longueur du mur, depuis $\lambda = 0$ jusqu'à une pro-

fondeur donnée H, et pour son moment total

$$\mathfrak{M} = \int P(H-\lambda)\,d\lambda,$$

les expressions suivantes :

$$(8)\quad \begin{cases} \mathfrak{P}\cos\varphi_1 = \Pi \dfrac{a^2}{1+a\,\mathrm{tang}\,\varphi_1}\left[\dfrac{H^2}{2} - \displaystyle\int_0^H F(a\lambda)\,d\lambda\right], \\ \mathfrak{M} = \Pi \dfrac{a^2}{1+a\,\mathrm{tang}\,\varphi_1}\left[\dfrac{H^3}{6} - \displaystyle\int_0^H (H-\lambda)F(a\lambda)\,d\lambda\right]. \end{cases}$$

Si, par exemple, le profil OC est la sinusoïde

$$x = -A\sin\frac{\pi y}{L},$$

à ondulations de période $2L$, débutant par une convexité et d'une demi-amplitude verticale A petite en comparaison de L, on aura

$$(9)\quad \begin{cases} \mathfrak{P}\cos\varphi_1 = \Pi \dfrac{a^2}{1+a\,\mathrm{tang}\,\varphi_1}\left[\dfrac{H^2}{2} + \dfrac{AL}{\pi a}\left(1 - \cos\dfrac{\pi a H}{L}\right)\right], \\ \mathfrak{M} = \Pi \dfrac{a^2}{1+a\,\mathrm{tang}\,\varphi_1}\left[\dfrac{H^3}{6} + \dfrac{AL}{\pi a}\left(H - \dfrac{L}{\pi a}\sin\dfrac{\pi a H}{L}\right)\right]. \end{cases}$$

La poussée est accrue en moyenne par le fait de la première convexité, comme on pouvait le prévoir, tandis qu'elle serait diminuée si A changeait de signe ou si la convexité était remplacée par un creux.

THERMODYNAMIQUE. — *Sur les tensions de la vapeur saturée des corps pentaatomiques*. Note [1] de M. E. Ariès.

On trouve dans le *Recueil de Constantes physiques* les données expérimentales qui permettent d'appliquer à six corps pentaatomiques notre formule sur la tension de vaporisation des liquides. Ces corps sont le chlorure stannique, le fluorure de méthyle, le chloroforme, le méthane, le chlorure de méthyle et le tétrachlorure de carbone.

Sur ces seules données de l'expérience, les trois derniers corps se pré-

---

[1] Séance du 3 juin 1918.

sentent bien vite comme à écarter de tout examen plus approfondi, parce que leurs tensions de vaporisation ne s'accordent ni entre elles ni avec les tensions des autres corps pour observer la loi sur les états correspondants. On le voit sans peine en comparant les tensions réduites relevées à des températures réduites à peu près en correspondance; ces tensions variables d'un corps à l'autre sont très notablement supérieures à celles observées sur les trois premiers corps.

Parmi ceux-ci, le chlorure stannique est le seul qui ait donné lieu à une série d'expériences exécutées sur toute l'étendue désirable et par un seul opérateur. Cet opérateur, dont l'habileté n'est plus à signaler, est M. Sydney Young. Les tensions de la vapeur saturée du chlorure stannique relevées par lui progressent régulièrement depuis 1^{cm} de mercure jusqu'à la pression critique qui serait de $2808^{cm},2$ ($36^{atm},95$). C'est donc aux résultats obtenus par M. Sydney Young que nous nous rapporterons pour déterminer les constantes de notre formule, en ce qui concerne les corps pentaatomiques.

Nous avons cru devoir fixer à $\frac{6}{7}$ la valeur de l'exposant n. La valeur de la fonction Γ passant par l'unité à la température réduite $\tau = 0,84$, que nous retrouvons pour la troisième fois, le numérateur du second terme de cette fonction sera $(1-\tau)(0,84-\tau)$ comme pour les corps monoatomiques et les corps tétraatomiques; mais le dénominateur, qui avait été jusqu'ici de la forme $A\tau^2 + B$, doit être modifié, parce que ce dénominateur, au lieu de croître, doit décroître quand τ augmente. L'essai de la forme $A(1-\tau)^2 + B$ nous a parfaitement réussi, ce qui nous a conduit à poser

$$(1) \qquad \Gamma = 1 + \frac{(1-\tau)(0,84-\tau)}{1,8(1-\tau)^2 + 0,9}.$$

Et notre formule devient

$$(2) \qquad \Pi = \tau^{2+\frac{6}{7}} \frac{Z}{x}, \qquad x = \left[1 + \frac{(1-\tau)(0,84-\tau)}{1,8(1-\tau)^2 + 0,9}\right] \tau^{1+\frac{6}{7}}.$$

Elle représente avec une exactitude vraiment remarquable les tensions observées de la vapeur saturée du chlorure stannique, comme le montre le Tableau ci-après.

Les données qu'on possède sur le fluorure de méthyle sont aussi d'un seul observateur (Collie, 1883-1899), mais elles n'embrassent qu'un assez faible intervalle des températures les plus proches de l'état critique. Sauf pour la température la plus basse (— 5° C.), l'accord est assez satisfaisant

	Température		Tension de la vapeur saturée, réduite		Tension de la vapeur saturée, en cent. de mercure	
	centigrade.	réduite.	observée.	calculée.	observée.	calculée.
	8,8	0,4763	0,0004	0,0003	1	0,75
	39,6	0,5283	0,0018	0,0017	5	4,72
	55,35	0,5549	0,0036	0,0035	10	9,72
	73,0	0,5848	0,0072	0,0072	20	20,00
	93,0	0,6186	0,0142	0,0146	40	40,84
Chlorure stannique	144,2	0,6544	0,0271	0,0274	76	76,56
($T_c=591,7$; $P_c=2808^{cm},2$).	124,25	0,6714	0,0356	0,0361	100	101,40
Sydney-Young	152,55	0,7192	0,0712	0,0716	200	201,12
(1892).	186,0	0,7757	0,1424	0,1420	400	398,88
	217,75	0,8294	0,2493	0,2481	700	696,63
	240,55	0,8679	0,3561	0,3547	1000	996,07
	269,1	0,9162	0,5341	0,5344	1500	1500,84
	290,9	0,9530	0,7122	0,7122	2000	2000,00
	309,1	0,9838	0,8903	0,8924	2500	2505,90
Fluorure de méthyle	−5,0	0,8428	0,2469	0,2820	1136,0	1297,0
($T_c=318$; $P_c=4601^{cm},0$).	5,0	0,8742	0,3856	0,3753	1774,0	1726,0
Collie	15,0	0,9057	0,4999	0,4906	2300,1	2257,3
(1899).	25,0	0,9352	0,6268	0,6213	2884,0	2858,8
	35,0	0,9686	0,7869	0,7996	3620,4	3678,9
	20	0,5467	0,0039	0,0028	16,05	11,55
	40	0,5841	0,0090	0,0071	36,93	29,03
Chloroforme	60	0,6214	0,0185	0,0153	75,57	62,56
($T_c=536$; $P_c=4089^{cm},0$).	80	0,6587	0,0344	0,0295	140,76	120,63
Regnault	100	0,6960	0,0594	0,0521	242,85	213,04
(1862).	120	0,7333	0,0960	0,0859	392,60	351,25
	140	0,7707	0,1467	0,1343	600,00	533,33
	160	0,8080	0,2136	0,2005	873,40	819,85
	20	0,5633	0,0047	0,0043	16,05	14,79
	40	0,6040	0,0107	0,0108	36,93	37,15
Chloroforme	60	0,6404	0,0220	0,0217	75,57	74,65
($T_c=520$; $P_c=3440^{cm},0$).	80	0,6788	0,0409	0,0413	140,76	142,07
Regnault	100	0,7173	0,0706	0,0698	242,85	240,11
(1862).	120	0,7558	0,1141	0,1131	392,60	389,06
	140	0,7943	0,1744	0,1738	600,00	597,87
	160	0,8327	0,2539	0,2562	873,40	881,33

entre les tensions observées et les tensions calculées par la formule (2). Il y aurait intérêt à étendre ces expériences et à constater si l'écart que nous venons de signaler à la température -5° C. n'est qu'accidentelle, ou si, au contraire, il persiste aux températures inférieures : et, dans ce dernier cas, à rechercher si ces écarts n'auraient pas leur origine dans une association des molécules de ce gaz liquéfié aux basses températures.

Si les tensions de la vapeur du fluorure de méthyle n'ont été observées qu'aux températures les plus élevées, celles du chloroforme, au contraire, n'ont été observées qu'à des températures assez modérées. Les expériences sont de Regnault, et s'arrêtent à 160° C., alors que la température critique de ce corps serait de 100°, environ, plus élevée, d'après les déterminations les plus récentes qui ont fixé ses constantes critiques à 262°,9 pour la température et à 53^{atm},8 pour la pression (Kuenen et Robson, 1902).

L'application de la formule (2) aux expériences de Regnault ne donne pas des résultats satisfaisants. Nous avons cru, cependant, devoir les consigner sur notre Tableau, parce qu'ils nous ont amené à certaines réflexions qui nous paraissent mériter l'attention. Les tensions réduites calculées sont, toutes, inférieures aux tensions observées, et dans une proportion qui, en moyenne, ne s'écarte pas trop de $\frac{1}{6}$; en sorte qu'il suffirait de modifier la pression critique pour diminuer assez notablement les divergences constatées. Cette remarque a été le point de départ de nos réflexions.

De même qu'il nous a paru naturel de formuler plus haut l'hypothèse que le fluorure de méthyle pourrait bien, aux basses températures, subir une altération partielle dans sa constitution chimique, de même il nous semble naturel d'envisager l'hypothèse que le chloroforme pourrait bien, lui aussi, subir aux hautes températures un commencement d'altération ; et, dans ce cas, les déterminations de MM. Kuenen et Robson, qui nous inspirent d'ailleurs toute confiance, ne se rapporteraient plus au corps pur étudié par Regnault à des températures beaucoup plus basses. On peut donc se demander s'il ne serait pas possible d'assigner aux constantes critiques du chloroforme des valeurs qui mettraient la formule (2) en accord avec les observations de Regnault.

Par la méthode que nous avons déjà employée pour le mercure, nous avons trouvé, comme on le voit sur la dernière partie de notre Tableau, que ce but était atteint d'une façon très satisfaisante en fixant les constantes critiques du chloroforme à 247° C. pour la température et à 45^{atm},26 pour la pression. La température critique ainsi calculée est de 15°,9 inférieure à

celle indiquée par MM. Kuenen et Robson : cette différence, sans être excessive, dépasse les simples erreurs d'observation, mais elle n'est pas faite pour nous étonner d'après les considérations qui précèdent.

La seule conclusion que nous voulions tirer de cette première étude des corps pentaatomiques, c'est qu'il est assez plausible d'admettre que le chlorure stannique, le fluorure de méthyle et le chloroforme, en tant que pris à l'état de pureté, doivent avoir des tensions de vapeur saturée qui satisfont à la loi sur les états correspondants.

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** donne lecture de la dépêche suivante :

Cherbourg, 10 juin, $8^h 20^m$.

Étoile nouvelle, plus brillante que Véga, éclatante blancheur, scintillation.

Camille Flammarion.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur certaines transformations fonctionnelles.* Note de M. **Joseph Pérès** (¹).

1. On sait que toutes les fonctions permutables avec une fonction donnée $F(x, y)$ (du premier ordre et mise sous forme canonique) sont données par la formule (Volterra)

$$(a) \qquad \lambda(y-x)+\int_0^{y-x}\lambda(\xi)\Phi(\xi;\, x-y)\,d\xi;$$

λ étant arbitraire, Φ dépendant de F. Nommons Φ *fonction génératrice* du corps des fonctions permutables avec F. M. Volterra a donné un procédé pour former Φ à partir de F. Mais il est aisé de voir que, F étant donnée, Φ est en partie arbitraire. Si Φ_0 est l'une des fonctions génératrices du

(¹) Extrait d'un pli cacheté accepté par l'Académie le 11 juin 1917, enregistré sous le n° 8403 et ouvert, à la demande de l'auteur, en la séance du 15 avril 1918.

corps, toutes les autres sont données par la formule

$$\text{(I)} \qquad \Phi = K(\xi, y-x) + \Phi_0(\xi; x, y) + \int_{\xi}^{y-x} d\sigma\, K(\xi, \sigma)\, \Phi_0(\sigma; x, y),$$

où K est tout à fait arbitraire.

2. D'après les résultats de mon dernier « pli cacheté » [1], il est naturel de chercher à déterminer la fonction Φ par la condition suivante :

$$\text{(II)} \qquad \overset{*}{\Omega}(\lambda)\, \overset{*}{\Omega}(\mu) = \Omega(\overset{*}{\lambda}\overset{*}{\mu}),$$

λ et μ étant arbitraires, $\Omega(\lambda)$ désignant l'expression (a) [2]. J'ai, dans mon précédent « pli », traité cette question pour les fonctions permutables avec l'unité. La méthode que j'ai donnée se généralise difficilement, à moins d'admettre l'analyticité de F. Aussi je reprends ici la question d'un point de vue général.

3. Pour que (II) ait lieu, on démontre qu'il faut et suffit que Φ vérifie l'équation fonctionnelle

$$\text{(III)} \quad \Phi(\tau+\eta; x, y) = \Phi(\tau; \eta+x, y) + \Phi(\eta; x, y-\tau) + \int_{x+\eta}^{y-\tau} \Phi(\eta; x, \zeta)\, \Phi(\tau; \zeta, y)\, d\zeta.$$

En posant

$$\Phi(\tau; x, y) = \Psi(\tau; x, y-\tau)$$

et après quelques transformations, il vient enfin, pour déterminer Ψ, l'équation

$$\text{(IV)} \quad \Psi(\eta; x, y) = \int_0^{\eta} f(x+\eta', y+\eta')\, d\eta' + \int_0^{\eta} d\eta' \int_x^{y} d\zeta\, \Psi(\eta'; x, \zeta)\, f(\eta'+\zeta, y+\eta').$$

On la résout par approximations successives. On trouve

$$\text{(V)} \qquad \Psi = \Psi_1 + \Psi_2 + \ldots + \Psi_p + \ldots$$

---

[1] Sur certains développements en série. Pli cacheté n° 8356, inséré aux *Comptes rendus* du 6 mai 1918.

[2] On pourra alors, sans qu'il y ait un mot à changer aux raisonnements, appliquer à un corps quelconque de fonctions permutables tout ce qui est dit, dans mon précédent pli, à propos des fonctions permutables avec l'unité.

avec

$$\Psi_p = \int_0^{\eta} d\eta_p \int_0^{\eta_p} d\eta_{p-1} \ldots \int_0^{\eta_2} d\eta_1\, \overset{*}{G}_{\eta_1} \overset{*}{G}_{\eta_2} \ldots \overset{*}{G}_{\eta_p}(x, y)$$

en posant

$$f(x + \eta, y + \eta) = G_{\eta}(x, y).$$

4. Nous avons ainsi obtenu les *fonctions génératrices de tous les corps de fonctions permutables*. Elles dépendent d'une arbitraire $f(x, y)$. Il est facile de la choisir de façon que la fonction précédente Ψ ou Φ (V) engendre le corps des fonctions permutables avec $F(x, y)$. Il suffit de faire en sorte que (par exemple)

$$F(x, y) = 1 + \int_0^{y-x} \Phi(\xi; x, y)\, d\xi.$$

On se rendra compte que le second membre de cette formule est

$$1 + \overset{*}{1}\overset{*}{f}\overset{*}{1}(x, y) + \overset{*}{1}\overset{*}{f}\overset{*}{1}\overset{*}{f}\overset{*}{1}(x, y) + \overset{*}{1}\overset{*}{f}\overset{*}{1}\overset{*}{f}\overset{*}{1}\overset{*}{f}\overset{*}{1}(x, y) + \ldots$$

Il suffit donc qu'on ait, en nommant H la dérivée seconde de F par rapport à x et y,

$$f = -H - \overset{*}{H}\overset{*}{1}\overset{*}{H} - \overset{*}{H}\overset{*}{1}\overset{*}{H}\overset{*}{1}\overset{*}{H} - \ldots.$$

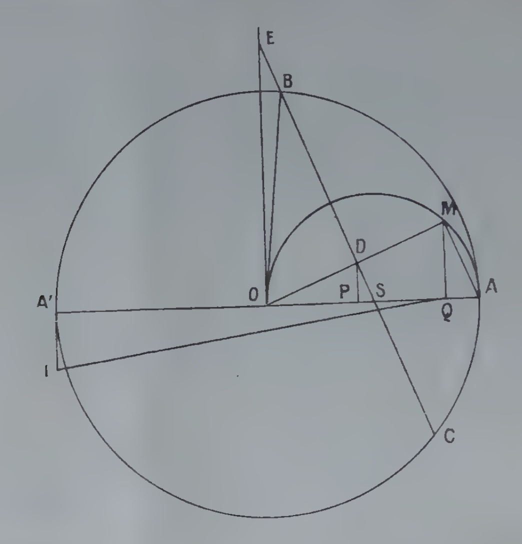
5. On peut conclure qu'un corps quelconque de fonctions permutables correspond, par une transformation Ω, *au corps du cycle fermé* (¹) *et que toutes les propriétés des deux corps se correspondent*. On pourra donc se borner à l'étude, particulièrement simple, du corps du cycle fermé.

GÉOMÉTRIE. — *Sur la quadrature approchée du cercle.*
Note (²) de M. de Pulligny, présentée par M. Ch. Lallemand.

Si, comme je l'ai indiqué dans des Communications précédentes (³), on considère la surface des carrés construits sur une corde d'un cercle qui tourne autour du milieu d'un rayon, le nombre qui exprime cette aire dans

(¹) C'est-à-dire à l'ensemble des fonctions d'une variable (Cf. ma Thèse, p. 5).
(²) Séance du 27 mai 1918.
(³) *Comptes rendus*, t. 166, 1918, p. 489 et 608.

un cercle de rayon égal à l'unité varie de 4 à 3 et de 3 à 4 en passant deux fois par la valeur de la quadrature du cercle, et l'on peut mettre en évidence sa partie fractionnaire sur la figure même, en AQ.



Soient BC une corde passant par le milieu S du rayon OA, et OD la perpendiculaire abaissée du centre O, qui coupe en D la corde et en M le cercle de diamètre $OA = 1$ $\left(\text{avec } OS = \frac{1}{2}\right)$.

Soient P et Q les projections de D et M sur OA. Je dis qu'on a

$$\overline{BC}^2 = 3 + AQ.$$

Dans les triangles rectangles ODS, DSP, MAQ, OBD, on a

$$\overline{DS}^2 = \frac{SP}{2} = \frac{AQ}{4} \qquad \text{et} \qquad \overline{BD}^2 = \frac{\overline{BC}^2}{4},$$

$$\overline{OD}^2 = \frac{1}{4} - \overline{DS}^2 = 1 - \frac{\overline{BC}^2}{4}, \qquad \text{d'où} \qquad \overline{BC}^2 = 3 + AQ;$$

cette valeur de $\overline{BC}^2$ peut aussi se déduire de celle qui a été indiquée dans la première des Communications précitées, savoir

$$\overline{BC}^2 = \frac{4 + 12\,\overline{OE}^2}{1 + 4\,\overline{OE}^2} = 3 + \frac{1}{1 + 4\,\overline{OE}^2}.$$

En effet, dans les triangles rectangles et semblables ODS et EOS, on a

$$\overline{DS}^2 = \frac{SP}{2} = \frac{AQ}{4},$$

$$\frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{4} + \overline{OE}^2} = \frac{1}{1 + 4\overline{OE}^2} = \frac{\overline{DS}^2}{\frac{1}{4}} = AQ.$$

La relation

$$\overline{BC}^2 = 3 + AQ$$

résout théoriquement le problème qui consiste à construire $\overline{BC}^2 = \varpi$ pour une valeur approchée du nombre ϖ. Car étant donnée la partie fractionnaire de cette approximation, fraction ordinaire ou fraction décimale, on peut la construire à l'aide de la règle et du compas. On peut d'ailleurs construire de même les valeurs approchées de l'expression $x = \sqrt{\varpi}$ sans passer par les solutions que j'ai indiquées.

Toutefois, si l'application des constructions classiques à ce cas ne présente aucune difficulté en théorie, en pratique elle peut conduire à des épures encombrantes. Si pour construire un segment de droite dont la longueur égale 3,14159292 (approximation de Metius), on attribue à chaque partie aliquote de l'unité une longueur d'un demi-millimètre seulement, la longueur du segment en question dépasse 150^{km}. Les artifices que j'ai indiqués précédemment ont donc leur raison d'être.

On peut en adopter un de ce genre pour construire une valeur très approchée de $AQ = \varpi - 3$. Si en effet on construit le triangle rectangle $A'IQ$ avec $A'I = \frac{1}{4}$ et $IQ = 2 - \frac{1}{8}$, on a

$$A'Q = 1,85826 \text{ (par excès)}, \qquad AQ = 0,14175\ldots, \qquad \overline{BC}^2 = 3,14175\ldots$$

L'erreur relative est

$$\varepsilon = \frac{3,14175 - 3,14159}{3,14} = 0,00005.$$

ASTRONOMIE. — *Éclat intrinsèque du ciel étoilé.* Note de M. **Henry Bourget**.

1. La subvention que l'Académie a bien voulu m'accorder sur la Fondation Loutreuil m'a permis d'appliquer à la mesure de l'éclat du ciel une

remarquable méthode exposée par M. Charles Fabry au Tome 31 de l'*Astrophysical Journal*, en 1910.

Ces recherches ont été effectuées durant les nuits sans lune des mois d'août et septembre 1917, dans les environs de Sanary, les lumières étrangères du ciel de Marseille ne permettant pas de telles études.

2. L'instrument employé a été monté dans l'atelier de l'Observatoire par les soins de M. Carrère.

Un objectif A (Prazmowski, diamètre $= 65^{mm}$ et distance focale $= 460^{mm}$) reçoit la lumière des étoiles et un objectif de microscope (Zeiss, distance focale $= 8^{mm},0$ et ouverture numér. $= 0,65$) donne sur une plaque photographique (Lumière Σ) une image de A.

On obtient sur la plaque un cercle de 1^{mm} de diamètre environ, uniformément éclairé par la lumière du ciel étoilé dont l'image se forme dans le plan focal de A à l'intérieur d'un diaphragme de 10^{mm} de diamètre, placé dans ce plan, ce qui correspond à une aire du ciel de 1,22 degrés carrés. Des diaphragmes plus petits, permettant d'isoler au besoin la lumière d'une seule étoile, peuvent être substitués au diaphragme de 10^{mm}.

L'appareil est monté sur un équatorial de 108^{mm} d'ouverture servant de pointeur durant les poses.

3. La méthode consistait à poser 3 minutes sur la région à étudier, puis à faire sur la même plaque trois poses de 3, 4 et 5 minutes sur une étoile de comparaison de grandeur connue, environ 4,9.

La mesure du cliché au microphotomètre permet de construire en partie la courbe de noircissement de l'étoile de comparaison et de déterminer, par une interpolation faite dans la portion rectiligne de cette courbe, la durée de pose sur l'étoile qui donnerait la même densité de noir que celle obtenue pour la région étudiée. Un calcul facile permet d'en conclure, en éclat d'une étoile de grandeur 5, l'éclat par degré carré de la région.

4. La mise au point sur la plaque ayant la précision d'une mise au point microscopique, j'ai constaté, dès le début des observations, qu'il était difficile et pénible, sans risquer de changer cette mise au point, de substituer les petits diaphragmes au diaphragme de 10^{mm}. J'ai donc dans cette première campagne comparé diverses régions du ciel, non à une même étoile, mais à une même région du ciel, celle qui entoure ε Petite Ourse, y compris cette étoile de grandeur 5,05 (*Yerkes photometry*).

J'ai obtenu 23 plaques comprenant une quarantaine de régions. Après examen, 16 de ces photographies ont été jugées utilisables. Le Tableau suivant donne l'indication des régions et leur éclat déduit, par degré carré, en éclat de la région ε Petite Ourse :

Plaque.	Région.	Éclat.
1.	Anse de la Voie lactée au sud de γ Cygne	0,8
2.	ω Poissons	0,7
3.	Région 1	0,8
4.	Région 1	0,8
5.	Région 2	0,7
6.	Voie lactée un peu au sud de δ Persée	0,9
7.	Voie lactée un peu au sud de δ Flèche	1,1
8.	Voie lactée entre α et γ Cygne	1,1
9.	Milieu du grand carré de Pégase	0,7
10.	Région 2	0,7
11.	Voie lactée entre δ et λ Aigle	1,3
12.	Région entre α et δ Triangle	0,7
13.	Région un peu au sud de α Bélier	0,7
14.	Région entre α et τ Pégase	1,0
15.	Voie lactée entre γ et η Cygne	1,2
16.	Région de κ Persée en dehors de la Voie lactée	1,6

Si l'on compare l'éclat moyen des régions 2, 5, 9, 10, 12, 13 et 16 nettement en dehors de la Voie lactée avec l'éclat moyen des régions 6, 7, 8, 11 et 15 appartenant à la Voie lactée, on trouve que *l'éclat par degré carré de la Voie lactée est* 1, 7 *celui des régions en dehors de la Voie lactée*, en laissant toutefois de côté la plaque 14 qui paraît anormale. M. Ch. Fabry, dans le travail cité, avait trouvé 1,9. Les régions 1, 3 et 4, très voisines de la Voie lactée, donnent un rapport moindre : 1,4.

5. J'ai l'intention, si les circonstances actuelles le permettent cette année, de continuer ces recherches, en apportant à l'instrument les perfectionnements que m'a indiqués cette première campagne. J'ai pensé cependant que les premiers résultats obtenus étaient de nature à intéresser l'Académie des Sciences.

ASTRONOMIE. — *Apparition d'une Nova*. Télégrammes de Sir **W. Dyson**, de M. **Luizet**, de M. **Moye**, de M. **Comas Sola**, présentés par M. B. Baillaud.

J'ai reçu, le 9 juin, quatre télégrammes annonçant une Nova brillante. Les voici, dans l'ordre dans lequel ils m'ont été remis :

Observatoire de Paris, de Londres : 9 à $10^{h}0$ matin. Nouvelle étoile dans l'Aigle, première grandeur, découverte par Steavenson. Signé : Dyson.

Directeur Observatoire Lyon à Directeur Observatoire Paris : Nova Ophiuchi Luizet, Lyon, 8 juin $8^{h}40^{m}$. Greenwich, grandeur 1,5; $\alpha = 281^{\circ}10'$; $P = 89^{\circ}30'$, blanche.

De Montpellier à Directeur Observatoire Paris : Le 9 à $9^{h}30^{m}$. Brillante Nova sud-ouest θ Serpent. Signé : Moye, Professeur Université, Montpellier.

Barcelone 9, $2^{h}25^{m}$. Étoile nouvelle, première grandeur Ophiuchus. Signé : Comas Sola.

A Paris, le ciel était couvert dans la première partie des soirées du 8 et du 9 juin.

Deux télégrammes ont été reçus à l'Observatoire le 10 juin; l'un de E.-C. Pickering à Harvard College Observatory rapporte que Parkhurst trouve le spectre de la Nova lignes sombres premier type; l'autre de Sir W. Dyson dit que Jonckheere a établi que la nouvelle étoile paraît identique au numéro 108 de la plaque 1003 d'Alger.

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Milieux biaxes. Recherche des sources. Les amplitudes*. Note de M. **Marcel Brillouin**.

I. Dans une précédente Note [1], j'ai montré comment la recherche des amplitudes φ_1, φ_2 de la source ponctuelle auxiliaire, se ramène à l'intégration des équations

$$\square\,\Delta(\varphi_1 + \varphi_2) = 0, \tag{1}$$

$$\square\,\Delta(\varphi_1\tau_1 + \varphi_2\tau_2) = 0, \tag{2}$$

[1] *Comptes rendus*, t. 166, 1918, p. 412.

où τ_1, τ_2 sont les retards définis par l'onde de Fresnel, qu'on peut écrire

$$\text{(IV)} \qquad \tau_1 = \sqrt{\frac{\sigma+\varpi}{2}} - \sqrt{\frac{\sigma-\varpi}{2}}, \qquad \tau_2 = \sqrt{\frac{\sigma+\varpi}{2}} + \sqrt{\frac{\sigma-\varpi}{2}}$$

en posant

$$\text{(V)} \qquad \begin{cases} \sigma = \dfrac{b^2+c^2}{b^2c^2}x^2 + \dfrac{c^2+a^2}{a^2c^2}y^2 + \dfrac{a^2+b^2}{a^2b^2}z^2; \\ \varpi = \dfrac{rR}{b^2}, \qquad r^2 = x^2+y^2+z^2, \qquad R^2 = \dfrac{a^2x^2+b^2y^2+c^2z^2}{a^2c^2}b^2. \end{cases}$$

Les amplitudes ainsi obtenues doivent en outre satisfaire aux deux autres équations aux dérivées partielles

$$(3) \qquad \square\, \Delta(\varphi_1\tau_1^2 + \varphi_2\tau_2^2) - \nabla(\varphi_1+\varphi_2) = 0,$$

$$(4) \qquad \square\, \Delta(\varphi_1\tau_1^3 + \varphi_2\tau_2^3) - \nabla(\varphi_1\tau_1+\varphi_2\tau_2) = 0,$$

pour qu'il existe une source ponctuelle ayant l'ensemble des caractères dont j'ai admis l'existence. Je m'occuperai seulement des deux premières équations (1), (2).

II. *Intégrales homogènes de l'équation.* — Je rappellerai d'abord une propriété, connue je crois, mais trop peu, au moins de la plupart des physiciens [1], de l'équation de Laplace

$$\Delta\Phi = 0.$$

Posons, en coordonnées rectangulaires quelconques, $\pm\xi, y, w$

$$(r^2 = \xi^2 + y^2 + w^2),$$

$$\text{(VI)} \qquad \lambda = \frac{\xi+yi}{r+w}, \qquad \nu = \frac{\xi+yi}{r-w}.$$

L'intégrale générale homogène de degré entier positif ou négatif de cette équation est

$$\text{(VII)} \qquad r^{n+1}\Phi_{-(n+1)} = \frac{\Phi_n}{r^n} = (\lambda+\nu)^{n+1}\frac{\partial^{2n}}{\partial\lambda^n\,\partial\nu^n}\left(\frac{f(\lambda)+g(\nu)}{\lambda+\nu}\right),$$

---

[1] A vrai dire, je ne l'ai trouvée nulle part écrite sous la forme (VII) que j'utilise; mais cette forme résulte si directement de l'emploi des coordonnées de projection stéréographique et de l'étude générale faite par Darboux (1882) d'une autre équation de Laplace, que j'hésite à m'en attribuer la paternité.

f et g sont deux fonctions arbitraires, aux restrictions près de continuité et d'existence des dérivées.

En particulier, on a

$$\Phi_0 = f_0(\lambda) + g_0(\nu), \qquad \Phi_{-1} = \frac{1}{r}[f_{-1}(\lambda) + g_{-1}(\nu)]. \tag{5}$$

III. Il existe une infinité de transformations qui ramènent l'équation $\Box = 0$ à la forme de Laplace. Soient ξ, y, W, trois telles coordonnées; $(R^2 = \xi^2 + y^2 + W^2)$; posant

$$\Lambda = \frac{\xi + yi}{R + W}, \qquad N = \frac{\xi + yi}{R - W}, \tag{VI'}$$

les intégrales générales homogènes ont en R, Λ, N, la forme analogue à (VII). Écrivons seulement celles dont nous aurons besoin

$$\Psi_0 = F_0(\Lambda) + G_0(N), \qquad \Psi_{-1} = \frac{1}{R}[F_{-1}(\Lambda) + G_{-1}(N)]. \tag{6}$$

IV. On montre sans difficulté que l'intégrale générale de l'équation (1) homogène de degré -1, et celle de l'équation (2) homogène de degré zéro, sont

$$\text{(VIII)} \quad \left\{ \begin{aligned} \varphi_1 + \varphi_2 &= \Phi_{-1} + \Psi_{-1}, \\ \varphi_1\tau_1 + \varphi_2\tau_2 &= \Phi_0 + \Psi_0. \end{aligned} \right.$$

Je fais choix des coordonnées suivantes : ξ est perpendiculaire au premier axe optique; w est dirigé suivant cet axe; W est conjugué du plan ξy dans l'ellipsoïde $R = \text{const}$. Ce sont les coordonnées employées dans mon étude des éléments de courant dans les biaxes (¹).

V. *Amplitudes.* — Résolvons les équations (VIII) par rapport à φ_1, φ_2, nous évitons les infinis le long des axes (²) provenant du dénominateur $\tau_2 - \tau_1$ en prenant les mêmes fonctions f, ..., G, dans les deux équations (VIII), et nous obtenons

$$\text{(IX)} \quad \left\{ \begin{aligned} \varphi_1 &= \frac{b\tau_2 - r}{\tau_2 - \tau_1}\,\frac{f_0(\lambda) + g_0(\nu)}{r} + \frac{ac\tau_2 - bR}{\tau_2 - \tau_1}\,\frac{F_0(\Lambda) + G_0(N)}{R}, \\ \varphi_2 &= \frac{b\tau_1 - r}{\tau_1 - \tau_2}\,\frac{f_0(\lambda) + g_0(\nu)}{r} + \frac{ac\tau_1 - bR}{\tau_2 - \tau_1}\,\frac{F_0(\Lambda) + G_0(N)}{R}. \end{aligned} \right.$$

(¹) *Comptes rendus*, t. 165, 1917, p. 555; *Revue générale de l'Électricité*, 16-23 février 1918.

(²) Ce sont ces infinis qui subsistent dans les amplitudes de Lamé.

On choisira les quatre fonctions arbitraires de manière que les amplitudes soient réelles, et partout finies; *mais cela n'implique pas que les* f_0, g_0, *restent séparément finies et aussi les* F_0, G_0. Il faut seulement (comme dans les uniaxes, et comme pour l'élément de courant dans les biaxes) que *les fonctions* f_0, g_0, *et les fonctions* F_0, G_0 *deviennent infinies ou discontinues de la même manière, et dans les mêmes régions*, de sorte que la compensation s'établisse entre elles :

$$F_0 + G_0 = \frac{1}{b} f_0\left(\frac{ac}{b^2}\Lambda\right) + \frac{1}{b} g_0\left(\frac{b^2}{ac}N\right).$$

On mettra, en outre, en évidence, dans le premier terme de φ_1 et φ_2, un facteur $\frac{\mathcal{A}}{r}$ et dans le second $\frac{\mathcal{B}}{R}$ dont les constantes $\mathcal{A}$, $\mathcal{B}$ sont arbitraires.

On donne facilement à ces formules un aspect où les deux axes jouent le même rôle. Ce sont les équations (3), (4), qui achèveront de déterminer les fonctions f_0, g_0.

MAGNÉTISME. — *État magnétique de quelques terres cuites préhistoriques.* Note de M. **P.-L. Mercanton.**

J'ai pu compléter l'étude qui a fait l'objet d'une précédente Note (¹) par l'examen de cinq autres lests de filet conservés au Musée de Lausanne et provenant de palafittes du lac de Neuchâtel, datant de l'âge du bronze (fin).

De forme conique ou en tronc de pyramide carrée ces masses d'argile n'ont pu être cuites que debout sur leurs bases, bien planes. Le magnétomètre a décelé chez quatre d'entre elles une aimantation sensiblement parallèle à leur base avec cependant une légère composante dans la direction sommet-base. L'aimantation était franchement oblique chez la cinquième, mais la distribution magnétique y était irrégulière.

L'examen de ce nouveau matériel confirme la conclusion de ma Note précédente : *l'inclinaison magnétique terrestre* a dû être presque *nulle* en Suisse à la fin de l'âge du bronze, avec une *légère tendance boréale*.

(¹) *Comptes rendus*, t. **166**, 1918, p. 681.

CHIMIE ANALYTIQUE. — *Sur un nouveau procédé de dosage du mercure par le zinc en limaille.* Note [1] de M. **Maurice François**, présentée par M. Charles Moureu.

Les procédés de dosage du mercure ne me semblant pas entièrement satisfaisants, j'ai cherché une nouvelle méthode qui fût assez rigoureuse pour permettre d'établir avec certitude la formule de corps dont la teneur en mercure ne diffère que par quelques centièmes. Après un certain nombre d'essais, je me suis arrêté à un procédé très simple qui repose sur le principe suivant.

Il est évidemment possible de déplacer le mercure de ses solutions salines par un métal sur lequel il se dépose. Le mercure étant amené tout entier à l'état métallique, si l'on pouvait dissoudre le métal étranger sans dissoudre le mercure, on obtiendrait sous forme métallique tout le mercure à doser. Si, en plus, on réussissait à grouper le mercure formé en gros globules faciles à peser, on aboutirait à un procédé très satisfaisant de dosage du mercure.

Cette conception est facile à réaliser par l'emploi du zinc, qui, en liqueur acide, précipite le mercure de ses sels et est soluble dans l'acide chlorhydrique tandis que le mercure y est insoluble. Par une circonstance heureuse, le mercure libéré de l'amalgame de zinc primitivement formé se réunit toujours, sous l'influence de l'acide chlorhydrique agissant comme décapant, en un globule unique, facile à peser.

L'expérience suivante montre la succession des phénomènes qui se produisent jusqu'à l'obtention du globule final, elle montre qu'aucune trace de mercure n'échappe au cours des diverses réactions et elle constitue le procédé de dosage avec cette seule modification que, pour rendre le procédé tout à fait général, il convient d'ajouter dès le début $0^{g},500$ d'iodure de potassium à la prise d'essai des sels de mercure, ce qui transforme tous ces sels en iodure de mercure, corps se prêtant particulièrement bien au déplacement par le zinc.

On a pesé, dans une fiole conique de 125^{cm^3}, $0^{g},744$ de chlorure mercurique pulvérisé; on y ajoute 1^{g} de zinc pur en limaille fine, puis 10^{cm^3} d'une solution

---

(1) Séance du 3 juin 1918.

d'acide sulfurique contenant 98^{g} d'acide pur par litre et que j'appellerai 2N ; après une demi-heure, on fait une seconde addition de 1^{g} de limaille de zinc et de 10$^{cm^3}$ d'acide sulfurique 2N; après une nouvelle demi-heure, une troisième addition de 1^{g} de zinc et de 10$^{cm^3}$ d'acide 2N. Le mélange est abandonné 24 heures.

Après ce temps, on décante le liquide surnageant sur un petit filtre sans plis, sans s'inquiéter si quelques parcelles de zinc sont entraînées et on lave ce zinc à l'eau quatre fois par décantation.

Le liquide filtré, additionné de solution d'hydrogène sulfuré, ne précipite pas et reste même parfaitement incolore, ce qui prouve que le mercure a été précipité en totalité par le zinc.

On reporte l'entonnoir sur la fiole conique, on perce le filtre et l'on fait tomber sur ses parois, d'un peu haut, en cinq fois, au moyen d'une pipette de 5$^{cm^3}$, 25$^{cm^3}$ d'acide chlorhydrique étendu de son volume d'eau. Ces cinq affusions détachent les parcelles de zinc adhérentes au filtre et les font retomber dans la fiole conique. On dépose cette fiole dans un verre à expérience en l'inclinant de 45° par rapport à l'horizontale et on l'abandonne 24 heures. Un vif dégagement d'hydrogène se produit, la majeure partie du zinc se dissout et il reste une éponge métallique blanche constituée par un amalgame de zinc riche en mercure. Fait curieux, cette éponge constitue un ensemble indivisible, toutes ses parties sont soudées entre elles.

Après les 24 heures, on décante, sans se servir d'un filtre, le liquide surnageant. On constate que ce liquide ne prend aucune coloration par addition de solution d'hydrogène sulfuré, ce qui établit que l'acide chlorhydrique au demi dissout le zinc à l'exclusion du mercure.

On verse immédiatement sur l'éponge métallique 25$^{cm^3}$ d'acide chlorhydrique pur fumant et l'on replace la fiole inclinée à 45° sur le verre à pied. Un violent dégagement d'hydrogène se produit de nouveau; l'éponge métallique se soulève sous l'influence des bulles gazeuses, puis retombe sans se diviser; elle se rétracte rapidement à mesure que le zinc se dissout et finalement, après 1 heure environ, elle se transforme en un gros globule de mercure sphérique, toujours unique, d'où partent encore de fines bulles d'hydrogène.

On abandonne encore 24 heures pour parfaire la dissolution du zinc.

Au bout de ce temps, l'acide chlorhydrique est décanté avec la précaution de ne pas entraîner le globule; il est remplacé par de l'eau qu'on décante sans agiter pour ne pas briser le globule de mercure. Ce globule est transvasé dans une petite capsule de porcelaine à fond vernissé préalablement tarée. L'eau qui accompagne le globule est enlevée au moyen d'un tube effilé, puis au moyen de bandes de papier à filtrer de 1^{cm} environ de largeur, à section nette, qui la prennent par capillarité. La capsule est finalement séchée à froid sur l'acide sulfurique et pesée.

Dans cette expérience, le globule pesait 0^{g},518, ce qui conduit à 73,57 pour 100 de mercure, alors que la teneur théorique du chlorure en mercure est 73,80.

La méthode s'applique à tous les sels de mercure, qu'ils soient solubles ou insolubles, sauf au sulfure et il n'est nullement besoin de faire entrer le composé du mercure en dissolution avant de le soumettre à l'action du zinc; il faut simplement que la prise d'essai soit finement pulvérisée.

Les résultats obtenus sont rigoureusement exacts.

Si la méthode n'est pas applicable directement à l'analyse du cinabre, elle s'y applique après qu'on a transformé le sulfure de mercure en sulfate par action d'une solution de brome dans l'acide bromhydrique. Cette solution contient 50^{cm^3} de brome, 50^{cm^3} d'acide bromhydrique fumant et 50^{cm^3} d'eau. On en verse 10^{cm^3} sur la prise d'essai de cinabre placée dans une fiole conique et abandonnée 24 heures. Après ce temps, l'oxydation est terminée, le cinabre est transformé en sulfate mercurique sans dépôt de soufre. On ajoute 30^{cm^3} d'eau et l'on obtient une solution limpide contenant en quantité importante du brome libre dont on se débarrasse par trois additions de 1^g de limaille de zinc espacées d'une demi-heure avant de faire le traitement ordinaire par la limaille de zinc et l'acide sulfurique, etc.

Il est manifeste que le zinc employé doit être pur. On doit réduire en limaille du zinc pur en cylindres répondant à la condition de se dissoudre sans aucun résidu dans l'acide sulfurique étendu et dans l'acide chorhydrique étendu.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur les acides isatiques.*

Note (1) de M. J. Martinet, présentée par M. A. Haller.

Les isatines peuvent être considérées comme les lactames des acides ortho-amidoarylglyoxyliques ou acides isatiques. Le groupe aminogène se trouvant en γ vis-à-vis du groupe carboxyle, on peut s'attendre à une cyclisation facile; si nous considérons les acides isatiques au point de vue de leur faculté de lactamisation nous pouvons *a priori* les ranger en trois classes : 1° les acides non substitués sur l'azote; 2° ceux substitués à l'azote par un groupe acylé; 3° ceux substitués à l'azote par un groupe alcoylé, et prévoir la stabilité des acides de la deuxième classe et une stabilité beaucoup moins grande pour ceux de la première et surtout ceux de la troisième. En fait, l'acide acétylisatique par exemple a été isolé par

(1) Séance du 3 juin 1918.

Suida [1]. Laurent déclare ne pouvoir obtenir l'acide isatique à l'état libre [2]; Erdmann l'isola sous forme d'une poudre blanche par action de l'acide sulfhydrique sur l'isatate de plomb, il n'en donne pas de point de fusion [3]. Bæyer déclare que l'acide N-éthylisatique est encore beaucoup moins stable que l'acide isatique lui-même [4]. Nos recherches sur les isatines nous ont amené à étudier la stabilité des acides qui correspondent à certaines d'entre elles. Il nous a été possible d'isoler trois acides isatiques tous non substitués à l'azote. Les isatines employées toutes connues [α-naphtisatine [5], 5-méthylisatine [6], 5.7-diméthylisatine [7]] sont obtenues par acidulation du produit de saponification à l'air des éthers dioxindol-3-carboniques correspondants [8]. On prépare une solution alcaline de ces isatines à l'aide d'une liqueur titrée de potasse. La solution d'abord violet intense vire rapidement au jaune franc. On la refroidit dans la glace et on l'additionne d'une quantité calculée d'acide chlorhydrique; il faut éviter l'excès d'acide avec le plus grand soin. Pour une concentration convenable les acides isatiques donnent un précipité volumineux que l'on essore et dessèche rapidement en présence d'anhydride phosphorique. Nous avons ainsi isolé :

L'acide 5-méthylisatique ou ortho-amido-paraméthylphénylglyoxylique (I) jaune pâle (F. 132°) par projection sur le bloc Maquenne; le liquide rouge se resolidifie, le solide formé fond vers 187°. Il est soluble dans l'eau, l'alcool, la benzine. Les solutions jaunes chauffées ou acidulées deviennent orangées par formation d'isatine. La solution benzénique est plus stable.

L'acide 5.7-diméthylisatique ou 2-amino-4.6-diméthylphényl-1-glyoxylique (II) est une poudre cristalline jaune orangé, un peu soluble dans l'eau et l'éther, bien

---

(1) Suida, *D. ch. Ges.*, 1878, p. 584.

(2) Laurent, *Ann. de Chim. et de Phys.*, 3e série, t. 3, p. 371.

(3) Erdmann, *Journ. für prakt. Chem.*, t. 24, p. 11.

(4) Bæyer, *D. ch. Ges.*, t. 16, p. 2188.

(5) Hinsberg, *D. ch. Ges.*, t. 21, p. 117. — C. et H. Dreyfus, Kl. 12*p*, Nr. 153418, et Kl. 120, Nr. 152019.

(6) Meyer, *D. ch. Ges.*, t. 16, p. 2261. — Duisberg, *D. ch. Ges.*, t. 18, p. 190. — Heller, *Ann. der Chem.*, t. 332, p. 247. — Bauer, *D. ch. Ges.*, t. 40, p. 2650. — Ostromysslenski, *D. ch. Ges.*, t. 40. p. 4972, et t. 41, p. 3029. — Reitzenstein et Breuning, *Ann. d. Chem.*, t. 372, p. 25. — Panaotovic, *J. f. pr. Chem.*, t. 2, p. 33.

(7) Heller, *Ann. d. chem.*, t. 358, p. 349.

(8) A. Guyot et J. Martinet, *Comptes rendus*, t. 156, 1913, p. 1625.

soluble dans l'alcool. La solution alcoolique peut être portée quelques minutes à l'ébullition sans altération; elle est plus sensible à l'action des acides. L'acide diméthylisatique fond vers 215° avec un petit bruissement dû au départ d'eau. Le liquide rouge de fusion se resolidifie, et le solide formé fond à 242°, point de fusion de la diméthylisatine.

Analyse. — Poids de substance, 0g,2518; poids de gaz carbonique, 0g,5742; poids d'eau, 0g,1295.

	Calculé pour $C^{10}H^{11}O^{3}N$.	Trouvé.
C pour 100..........	62,17	62,21
H »	5,69	5,71

L'acide α-naphtisatique ou 1-aminonaphtyl-2-glyoxylique (formule III). Cet acide est jaune orangé. Il est soluble dans l'alcool et l'éther, la solution éthérée laisse déposer des cristaux par évaporation. Comme avec les acides précédents, nous avons obtenu un premier point de fusion avec bruissement à 187° environ, puis un second à 255°, point de fusion de l'α-naphtisatine. L'acide sec est relativement stable vis-à-vis de la chaleur. Il peut être chauffé plusieurs heures à 140°-150° sans que la transformation en isatine soit totale.

En solution alcoolique, quelques secondes d'ébullition suffisent; il en est de même à froid en présence d'acide chlorhydrique, la lactamisation peut être suivie au spectroscope.

Analyse. — Poids de substance, 0g,2184; poids de gaz carbonique, 0g,5338; poids d'eau, 0g,0842.

	Calculé pour $C^{12}H^{9}O^{3}N$.	Trouvé.
C pour 100......................	66,97	66,66
H »	4,18	4,28

H^3C — CO — CO^2H ; N H^2 (I).

H^3C — CO — CO^2H ; CH^3 ; N H^2 (II).

H^2 N ; — CO — CO^2H (III).

Ces acides se dissolvent immédiatement en jaune dans les alcalis, sans passer par la coloration intermédiaire violette des isatines correspondantes non substituées sur l'azote.

Ils donnent des sels de potassium et de baryum jaune citron, des sels de plomb jaune orangé, des sels de cuivre rouges, des sels d'argent jaune très pâle et qui rougissent au contact du nickel métallique.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la fonction amide.* Note de M. J. **Bougault**, présentée par M. Ch. Moureu.

Mes recherches récemment publiées [1] sur les acidylsemicarbazides et les acidylhydroxamides ont apporté la preuve expérimentale de l'existence, pour chaque groupe, des deux séries de composés que la théorie faisait prévoir :

$$R.C\begin{matrix}\diagup OH \\ \diagdown\!\!\diagdown N.NH.CO.NH^2\end{matrix} \qquad R.CO.NH.NH.CO.NH^2.$$

(I). — Acides acidylsemicarbaziques (type acide). (II). — Acidylsemicarbazides (type basique).

$$R.C\begin{matrix}\diagup OH \\ \diagdown\!\!\diagdown NOH\end{matrix} \qquad R.COH.NOH.$$

(III). — Acides acidylhydroxamiques (type acide). (IV). — Acidylhydroxamides (type basique).

J'ai en effet réussi à obtenir des composés appartenant aux séries basiques, tandis que jusqu'ici on ne connaissait que des représentants des séries acides. La comparaison des deux séries a permis d'établir les différences très nettes qui les distinguent, différences particulièrement tranchées chez les acidylsemicarbazides, un peu atténuées chez les acidylhydroxamides, mais toujours suffisamment accusées pour que la distinction des deux séries (acide et basique) soit des plus aisées. J'ai montré en outre que les deux séries isomères ne se transforment pas l'une dans l'autre par des réactions simples : elles ne sont pas tautomères.

I. Les amides, eux aussi, peuvent théoriquement exister, sous deux formes isomères, qu'on a même supposées tautomères

$$R.C\begin{matrix}\diagup OH \\ \diagdown\!\!\diagdown NH\end{matrix} \qquad R.CO.NH^2.$$

(V). — Type acide. (VI). — Type basique.

---

(1) *Comptes rendus*, t. **163**, 1916, p. 237; 305; t. **164**, 1917, p. 820, et t. **165**, 1917, p. 592.

Jusqu'ici on n'a pas, que je sache, obtenu des composés appartenant aux deux séries, du moins n'ont-ils pas été distingués. Tous les amides décrits sont représentés par le même schéma : c'est le schéma basique (VI) qui a été adopté; la raison de ce choix m'est d'ailleurs inconnue.

Cependant les propriétés de certains dérivés d'amides n'ont pu être expliquées qu'en faisant intervenir le type acide; tels sont les imino-éthers de Pinner (VII) et les sels des sulfamides chlorés (VIII) :

$$\mathrm{R.C}\begin{matrix}\diagup \mathrm{OR'} \\ \diagdown\!\!\diagdown \mathrm{NH}\end{matrix} \qquad\qquad \mathrm{R.SO}\begin{matrix}\diagup \mathrm{ONa} \\ \diagdown\!\!\diagdown \mathrm{NCl}\end{matrix}$$

(VII). (VIII).

On a admis alors que les amides prenaient, dans ces composés, la forme acide, pour revenir à la forme basique, dès que l'amide lui-même repassait à l'état libre par une réaction appropriée.

II. En présence des faits nouveaux apportés par mes recherches, je me suis demandé s'il n'était pas possible de trouver dans l'étude des acidylsemicarbazides et des acidylhydroxamides, les raisons suffisantes, qui manquaient jusqu'ici, pour décider de la constitution à attribuer aux amides connus.

En effet, étant donné que les acidylsemicarbazides et les acidylhydroxamides ne sont que des amides, où la semicarbazide et l'hydroxylamine jouent le rôle de l'ammoniaque, on est autorisé à conclure, par analogie, de ce qu'on sait exister chez les premiers à ce qui doit exister chez les derniers.

Or, si nous remarquons que les acides acidylsemicarbaziques et les acides acidylhydroxamiques sont obtenus par l'action des bases (semicarbazide et hydroxylamine) sur les anhydrides d'acides, les chlorures d'acides, les éthers-sels, tandis que les dérivés de la série basique n'ont pu être préparés que par un procédé détourné qui n'a pas d'équivalent dans les modes de préparation des amides connus; on doit conclure que les amides, qui sont le résultat de l'action de l'ammoniaque sur les anhydrides d'acides, sur les chlorures d'acides, sur les éthers-sels, doivent être construits sur le type acide et représentés par le schéma (V) qui y correspond, au lieu du schéma basique (VI), adopté jusqu'à ce jour.

Comme on le voit, cette conclusion découle tout naturellement de mes recherches; d'autre part, elle semble plutôt appuyée que contredite par l'examen des propriétés générales des amides.

Tous les amides ont des propriétés acides, faibles il est vrai, mais caractérisées cependant par l'existence de dérivés métalliques (sodés, mercuriques, etc.), que je n'ai pas à rappeler ici.

Les imino-éthers de Pinner ont même obligé les chimistes à envisager l'existence du type acide, regardé d'ailleurs comme instable (labile). Avec la nouvelle représentation que je propose, les composés de Pinner deviennent les dérivés normaux des amides, auxquels ils donnent naissance par saponification ménagée, sans qu'il soit besoin de faire intervenir l'hypothèse d'une tautomérisation.

La même observation s'applique aux dérivés halogénés des sulfamides.

J'ajouterai encore que les résultats expérimentaux, que j'ai obtenus [1] dans l'étude de la saponification des nitriles par l'acide sulfurique, parlent aussi dans le même sens.

L'adoption du nouveau mode de représentation entraînera nécessairement quelques modifications faciles à prévoir dans les formules développées des dérivés des amides.

III. Quant aux amides du type basique, il est difficile d'en parler avant de les avoir obtenus. On peut cependant prévoir, par raison d'analogie avec les acidylsemicarbazides et les acidylhydroxamides, qu'ils ne seront pas tautomères avec les amides du type acide; et, de plus, que la personnalité de chaque série sera suffisamment caractérisée pour que leur distinction ne souffre aucune difficulté.

En ce qui concerne leur obtention, on serait tenté de la rechercher, par analogie, dans l'action de l'iode et du carbonate de soude sur les cétimines des acides α-cétoniques

$$\begin{array}{c} R - C - CO^2H \\ \| \\ NH \end{array}$$

Malheureusement, ce qu'on sait des cétimines, et, en particulier, ce que nous ont appris les travaux de MM. Moureu et Mignonac [2], laisse prévoir que leur instabilité sera un gros obstacle dans leur emploi au but cherché. Il n'en est pas moins vrai que leur préparation doit être tentée, car l'obtention des amides du type basique présente, tout au moins au point de vue théorique, un incontestable intérêt.

---

(1) *Comptes rendus*, t. 158, 1914, p. 1424 et avec plus de détails *Journ. de Pharm. et Chim.*, 7e série, t. 10, 1914, p. 297.

(2) *Comptes rendus*, t. 156, 1913, p. 1801.

BOTANIQUE. — *Sur la métachromatine et les composés phénoliques de la cellule végétale.* Note [1] de M. A. **Guilliermond**, présentée par M. Gaston Bonnier.

Lorsqu'on examine sur le vivant les cellules épidermiques d'un pétale d'une variété blanche de *Pelargonium*, on observe dans la vacuole la présence d'un certain nombre de corpuscules arrondis et très réfringents.

En colorant vitalement ces mêmes cellules par le rouge neutre, on constate que la vacuole prend une teinte rouge diffuse et que les corpuscules se colorent en rouge foncé. Au cours de la coloration, il arrive qu'on assiste à la formation au sein de la vacuole par une sorte de précipitation de nouveaux corpuscules analogues à ceux qui préexistaient. Les fixateurs déterminent également la précipitation du contenu de la vacuole sous forme de corpuscules. Il existe donc dans la vacuole une substance en partie à l'état de corpuscules, en partie à l'état de solution et susceptible de précipiter sous l'influence de certains réactifs, comme l'a très bien mis en évidence M. Dangeard dans ses belles recherches de cytologie. Cette substance possède également le pouvoir de fixer la plupart des colorants vitaux (bleu de méthylène, crésyl, Nil, violet de gentiane, dahlia, méthyle, vert Janus). C'est cette substance qu'on retrouve dans les pétales de la variété blanche des Tulipe, Rose, etc., que M. Dangeard a récemment décrite dans les fleurs de Tulipe et de *Geranium* et assimilée à la métachromatine des Champignons. L'éminent botaniste admet que la présence de la métachromatine est générale dans la vacuole de toutes les cellules végétales, elle aurait le rôle d'osmotine et d'électivine. C'est elle qui accumule l'anthocyane dans les cellules pigmentées : elle fixe cette substance élaborée par le cytoplasme de la même manière qu'elle fixe les colorants vitaux. Par sa localisation dans la vacuole et par son pouvoir de fixer les colorants vitaux, cette substance rappelle évidemment la métachromatine des Champignons. Mais ce sont là des caractères qui ne sont nullement spécifiques de la métachromatine. L'étude des caractères histo-chimiques de cette substance montre qu'elle n'a rien de commun avec la métachromatine et permet de la définir chimiquement. Elle est soluble dans l'alcool qui insolubilise la métachromatine et n'est insolubilisée que par les fixateurs chromo-osmiques ou le formol. Une fois fixée, elle ne présente aucune réaction métachromatique avec les teintures basiques bleues ou violettes d'aniline, ni avec l'hématéine, qui colorent au contraire électivement en rouge violacé la métachromatine. Elle se colore comme les mitochondries, mais d'une manière moins stable par les méthodes mitochondriales, qui se différencient ordinairement par la métachromatine. Enfin elle possède des réactions caractéristiques : elle réduit fortement l'acide osmique, noircit par les sels ferriques, donne avec le bichromate de K et la

---

[1] Séance du 27 mai 1918.

liqueur de Courtonne un précipité jaune. Il s'agit donc d'un tannoïde, ce qui explique la coloration de cette substance par le bleu de méthylène. On sait, en effet, depuis les expériences classiques de Pfeffer, que les tannoïdes ont la propriété de fixer énergiquement le bleu de méthylène et de former avec ce colorant une combinaison insoluble. La propriété de former avec le réactif de Courtonne un précipité jaune indique en outre que cette substance est un composé phénolique voisin de l'anthocyane. Ce pigment présente d'ailleurs les mêmes réactions histo-chimiques et ne s'en distingue que par le fait qu'en présence de la liqueur de Courtonne, il donne un précipité vert et non jaune. Ce composé phénolique est bien connu depuis les recherches de R. Combes et les nôtres qui ont établi que les pigments anthocyaniques peuvent naître, soit de toutes pièces au sein des mitochondries, soit de la transformation d'un composé phénolique incolore formé préalablement dans les mitochondries.

Des composés phénoliques de même nature, colorés ou non, se rencontrent dans la plupart des cellules épidermiques des végétaux supérieurs. Ils constituent donc une sécrétion normale de ces cellules. Par contre, ce serait une erreur de croire que ces produits se rencontrent dans les vacuoles de toutes les cellules végétales. S'ils semblent constants dans les cellules épidermiques, on ne les retrouve que beaucoup plus rarement dans les autres tissus. Il suffit pour s'en assurer d'observer les divers cellules d'une plantule de Ricin. Examinée sur le vivant la majorité des cellules des méristèmes montrent de petites vacuoles qui ne fixent pas les colorants vitaux. Sur coupes fixées et colorées par les méthodes mitochondriales, ces vacuoles apparaissent très distinctement sous forme de nombreux petits îlots toujours incolores au sein d'un cytoplasme rempli de mitochondries. Ce n'est que dans certaines régions du méristème destinées à se différencier en épiderme et dans quelques cellules parenchymateuses spéciales que l'on observe des composés phénoliques dans les vacuoles.

Il est facile de suivre dans l'épiderme des pétales de la fleur de *Pelargonium* observée par M. Dangeard, la formation des composés phénoliques. Ceux-ci apparaissent dans les premiers stades du développement, tout autour du noyau, sous forme de filaments allongés et onduleux, tout à fait semblables à des chondriocontes; mais se distinguent des chondriocontes ordinaires par une réfringence plus accusée, ainsi que par le fait qu'ils fixent facilement la plupart des colorants vitaux qui ne teignent pas les mitochondries ordinaires. Ils présentent en outre des réactions histo-chimiques des composés phénoliquées. Nous admettons donc que ces filaments représentent des chondriocontes imprégnés de composés phénoliques et ayant acquis par suite des propriétés spéciales inhérentes à ces composés, notamment celle de fixer les colorants vitaux, comme les chondriocontes imprégnés de pigment xanthophyllien de la fleur de Tulipe prennent une coloration verte caractéristique de la xanthophylle sous l'action du réactif iodo-ioduré.

Sans insister sur cette question que les importantes recherches de M. Dangeard nous obligeront à reprendre, bornons-nous pour l'instant aux conclusions suivantes :

1° La substance décrite par M. Dangeard dans les végétaux supérieurs sous le nom de *métachromatine* ne peut être assimilée à la métachromatine des champignons. C'est un composé phénolique, susceptible de se transformer en anthocyane. Ce pigment, quand il ne naît pas de toutes pièces, résulte donc de la transformation chimique directe de cette substance, et non de sa fixation sur cette substance.

2° La présence de ce composé phénolique dans la vacuole est loin d'être générale; elle n'est localisée que dans des tissus spéciaux. Les mitochondries au contraire existent dans toutes les cellules, même celles qui n'élaborent pas de composés phénoliques et dans lesquelles les vacuoles se montrent dépourvues de tout contenu chromatique. Il ne peut donc être question de rattacher le chondriome au système vacuolaire.

3° Ce que M. Dangeard décrit, en s'appuyant surtout sur des colorations vitales au bleu de crésyl, qui ne colore pas les mitochondries ordinaires, ne correspond donc qu'à une partie du chondriome en voie de subir une évolution spéciale dans certaines cellules élaborant des composés phénoliques.

BOTANIQUE. — *Sur le* Botrydium granulatum. Note [1] de M. **Charles Janet**, présentée par M. Gaston Bonnier.

Le *Botrydium granulatum* se présente sous la forme de vésicules (E, F, K, L) provenant du développement d'une cellule qui est suivant les cas :

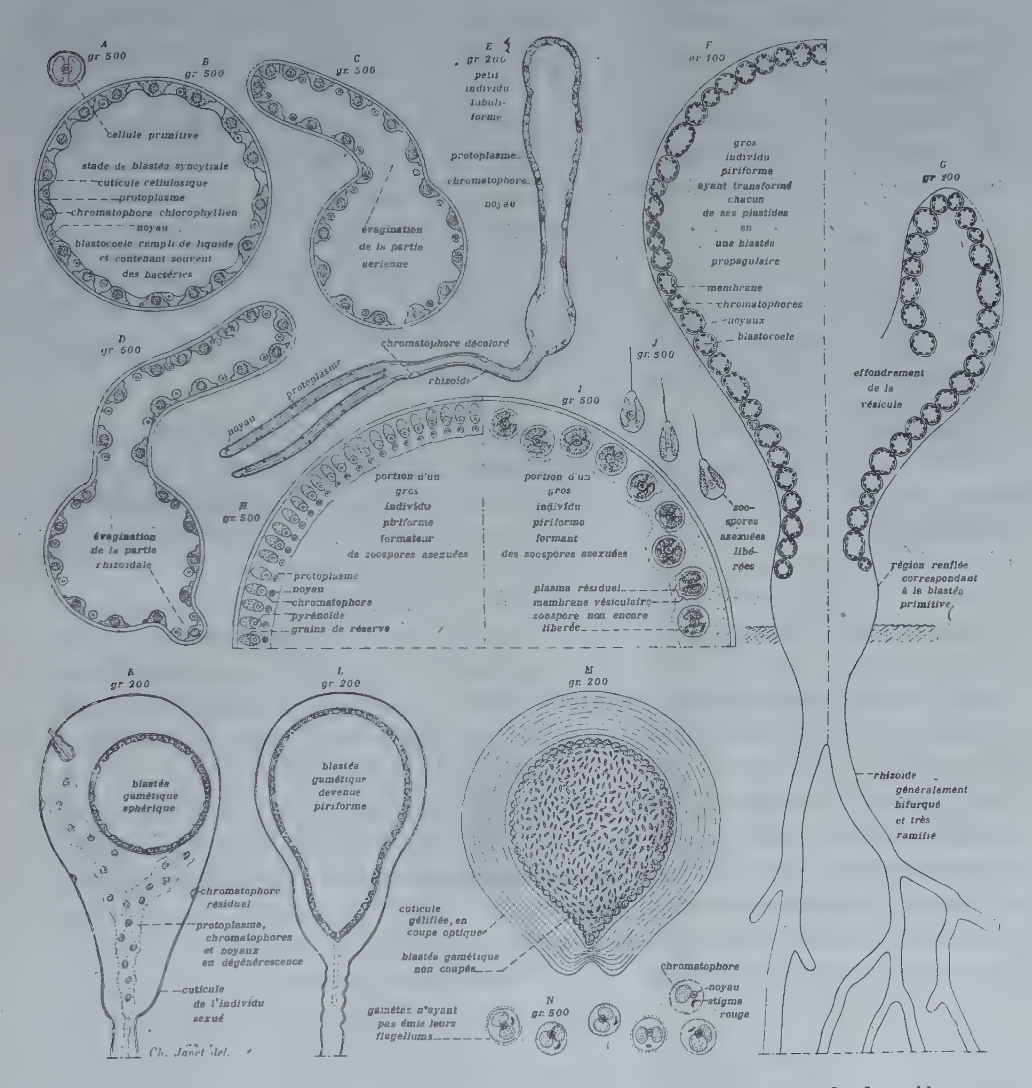
1. Une cellule végétative (A) qui commence à se développer sur l'individu dont elle provient (F), puis se dissémine comme un propagule (G).
2. Une zoospore asexuée (J) qui s'immobilise et s'entoure d'une membrane.
3. Un zygote non encore observé, mais dont l'existence n'est plus douteuse.

Ces cellules se développent d'abord en une vésicule consistant en un feuillet sphérique du protoplasme pourvu d'une strate de noyaux accompagnés de chromatophores. Ce feuillet est revêtu d'une cuticule cellulosique et il entoure une cavité remplie d'un liquide clair. Une telle vésicule

---

(1) Séance du 13 mai 1918.

doit être considérée comme une blastéa syncytiale. Cette blastéa (B, K), parfaite, tant par sa forme sphérique initiale que par la disposition, en une seule assise, de ses noyaux, est la répétition d'un stade ancestral primitif.



La blastéa évagine d'abord, à sa partie supérieure, vers la lumière, un tube de 16^{μ} à 20^{μ} de diamètre, riche, surtout à son sommet, en chromatophores bien verts (C). Elle évagine ensuite, à sa partie inférieure, un

rhizoïde contenant des noyaux et quelques chromatophores qui ne tardent pas à se décolorer (D); quelquefois le rhizoïde se développe avant le tube aérien.

Suivant les circonstances le tube aérien donne une vésicule allongée de forme plus ou moins irrégulière (E), souvent ramifiée, ou une vésicule piriforme (F, K).

Nous avons dit qu'il y a trois sortes de cellules formatrices de vésicules. De même, il y a trois sortes de vésicules. Elles se distinguent par la nature des cellules qu'elles produisent.

Premier cas. — La vésicule transforme sa strate de protoplasme pariétal en une couche de petites blastéas juxtaposées dont chacune est un propagule (F) pourvu d'une cuticule cellulosique, puis elle se déchire à sa partie supérieure et s'affaisse (G) et s'étale sur le sol. La pluie disloque et dissémine les propagules qui ne tardent pas à germer.

Deuxième cas. — Dans certaines circonstances, les noyaux et les chromatophores se multiplient considérablement. Ces derniers prennent une forme allongée et se disposent perpendiculairement à la membrane de la vésicule. Chacun d'eux est accompagné d'un noyau placé à son extrémité proximale (H).

Ensuite chaque noyau rassemble, autour de lui et autour de son chromatophore, la portion du protoplasme syncytial qui est sous sa dépendance et la strate protoplasmique se trouve divisée en une ou plusieurs strates de plastides nus bien distincts (I). A un moment où la vésicule est largement mouillée, chaque plastide émet un flagellum et devient une zoospore asexuée qui commence à s'agiter. La vésicule se gonfle par l'absorption d'eau, éclate et lance ses zoospores sur la terre mouillée (J). Chacune de ces zoospores se meut pendant un temps très court et, sans s'éloigner notablement, se fixe au substratum, perd ses flagellums, s'arrondit, s'entoure d'une membrane très mince et se développe en une petite blastéa sphérique qui, évaginant un tube chlorophyllien et un tube rhizoïdal, germe exactement comme le propagule dont il a été question ci-dessus.

Troisième cas. — Vers la fin de l'été, on voit, dans la strate pariétale syncytiale, nucléée d'un très petit nombre d'individus, une portion de protoplasme pourvue d'un noyau et de chromatophores s'isoler du reste de la strate, s'entourer d'une membrane et devenir une cellule semblable à une cellule mère de zoospores, mais cette cellule se développe immédia-

tement et, *in situ*, en une blastéa syncytiale dont chaque noyau donnera un gamète (K). Cette blastéa gamétique se développe dans l'intérieur de la vésicule mère aux dépens de tout le reste de la strate pariétale de protoplasme nucléé et chlorophyllien, strate qui dégénère et disparaît peu à peu. Bientôt la blastéa gamétique remplit, à elle seule, toute la vésicule mère (L).

Cette blastéa gamétique pourrait être appelée un *gamétange* si cette dénomination ne devait être réservée à une autre formation, non homologue, des Végétaux d'ordre plus élevé. La blastéa est comparable, non pas au gamétange (archégone et anthéridie) des Cryptogames vasculaires, mais seulement au contenu reproducteur de ces gamétanges. Elle est homologue à l'oogone et au spermogone du Fucus.

Lorsque les gamètes sont sur le point d'être mûrs, la blastéa gamétique est d'un vert beaucoup plus foncé que celui des vésicules végétatives. La vésicule qui contient cette blastéa disparaît et la blastéa piriforme, vert foncé, mise en liberté, attend les circonstances favorables à la gélification de sa propre membrane, et à l'émission et à la copulation des gamètes (M).

Dans mes récoltes et dans mes élevages, j'ai obtenu la disparition de l'individu mère, la coloration vert foncé et la maturation de la blastéa gamétique, la gélification de la membrane propre de cette blastéa et sa résolution en gamètes pourvus, chacun, d'un beau stigma rouge de forme allongée (N); mais, jusqu'ici, je n'ai pu voir ces gamètes émettre leurs flagellums, nager et copuler.

BIOLOGIE GÉNÉRALE. — *Vitamines et symbiotes*. Note de MM. **Henri Bierry** et **Paul Portier**, présentée par M. Y. Delage.

Des travaux déjà anciens (Eykman, 1897), mais qui n'ont retenu l'attention des physiologistes que depuis quelques années, ont introduit un facteur nouveau dans les exigences du métabolisme.

Le minimum d'azote étant satisfait, les dépenses énergétiques étant complétées soit par les hydrates de carbone, soit par les graisses, ou par un mélange des deux substances, on admettait que le métabolisme de l'animal pouvait être assuré d'une manière permanente.

Nous savons aujourd'hui que la nourriture doit apporter de plus des principes particuliers de constitution chimique encore énigmatique qui existent dans les téguments des graines, dans certaines graisses animales (beurre, jaune d'œuf, huile de foie de morue), et qui sont détruits

vers 120° (Gryns, 1909). On a donné le nom de *vitamines* à ces composés (Funk).

La nourriture doit en apporter chaque jour une quantité pondéralement très faible, mais cependant *indispensable*.

Si ces vitamines font défaut, l'animal épuise peu à peu celles de ses tissus. Lorsque l'épuisement est avancé, lorsque les vitamines de réserve du système nerveux sont largement entamées, on voit éclater une série d'accidents (troubles trophiques, paralysies, etc.) qu'on englobe sous le nom de maladies de la *sous-nutrition*, de *carence*, d'*avitaminose*.

Le béribéri, le scorbut des marins et des prisonniers, le scorbut infantile de Barlow ne seraient que des aspects particuliers de cette maladie.

Au cours de recherches sur les symbiotes (bactéries isolées des tissus des animaux normaux), nous avons été amenés à envisager une hypothèse très hardie et à la soumettre au contrôle de l'expérience.

Remarquant que, comme les vitamines, ces symbiotes étaient abondants dans les téguments des graines, dans beaucoup de graisses animales (lait); que, d'autre part, leur température de destruction était très voisine de la température d'altération des vitamines (environ 120°); et qu'enfin ces microorganismes présentaient nombre de réactions biochimiques analogues à celles dont l'organisme est le siège, nous nous sommes demandé s'il n'y avait pas quelque rapport entre les vitamines et les symbiotes.

Une première série de recherches nous a montré que les symbiotes introduits dans le milieu intérieur des Vertébrés étaient parfaitement tolérés, ne produisaient aucun désordre, aucune suppuration et semblaient disparaître rapidement du système circulatoire, des tissus ou des séreuses.

L'innocuité de ces microorganismes étant établie, il restait à prouver leur intervention possible dans les phénomènes du métabolisme.

Expériences. — Elles ont porté sur des rats blancs jeunes, mais ayant presque achevé leur croissance, sur des rats adultes, enfin sur des pigeons.

Ces divers animaux étaient soumis à un régime qui devait entraîner des désordres de sous-nutrition au bout d'un temps plus ou moins long (graines décortiquées ou stérilisées à haute température pour les pigeons; lard ou graisse de lard stérilisés à haute température, blanc d'œuf coagulé, sels et eau pour les rats).

Des témoins recevaient une nourriture composée des mêmes produits alimentaires, mais ne devant pas entraîner de désordres du métabolisme (graines pourvues de leurs téguments, lard ou graisse non stérilisés).

Résultats. — 1° Dans toutes ces expériences, nous avons retrouvé les

principaux résultats des expérimentateurs qui nous ont précédé dans cette voie (Eykman, Gryns, Funk, etc.) : inappétence, amaigrissement des animaux, troubles de la station et de la locomotion, phénomènes paralytiques, etc. La prolongation de l'expérience aboutit à la mort précédée d'un état adynamique très intense et de troubles trophiques chez les rats.

L'animal carencé remis à un régime normal continue à maigrir pendant quelques jours, mais, sous l'influence des vitamines de la ration alimentaire, les symptômes morbides qu'il présente rétrocèdent peu à peu et il se rétablit.

2° A un animal carencé, présentant déjà, d'une manière intense, les phénomènes pathologiques précédemment décrits, on injecte une culture de symbiotes vivants [1] sous la peau ou dans le péritoine.

On assiste alors, au bout de 24 à 48 heures, à une transformation extrêmement frappante. Les troubles de la station ou de la locomotion s'amendent avec une rapidité extrême; l'animal recouvre bientôt toute son agilité, il présente une appétence remarquable, notamment pour les graisses; la perte de poids s'arrête bientôt pour faire place à une augmentation pondérale nette.

Ces phénomènes sont des plus frappants chez les pigeons qui passent en quelques heures d'un état d'adynamie complète à une apparence presque normale : course et vol.

Ces injections de cultures vivantes, répétées à plusieurs reprises à la même dose (1^{cm^3}), produisent chaque fois les mêmes résultats favorables.

En résumé, l'introduction, dans le milieu intérieur, de symbiotes d'origine appropriée et sous une forme convenable, élimine les accidents de carence amenés par un régime privé de vitamines.

L'hypothèse initiale est donc très nettement vérifiée par des expériences répétées et de longue durée (plusieurs mois).

Objection. — La seule objection qu'on pourrait élever, semble-t-il, contre notre interprétation est que les microorganismes injectés agissent *en tant* qu'*éléments vivants* par les vitamines qu'ils contiennent et que toute bactérie inoffensive pourrait produire les mêmes effets favorables.

Il semble bien, en effet, que certains microorganismes (levure) contiennent des vitamines, mais il faut remarquer que les bactéries intesti-

---

(1) En milieu chimiquement défini.

nales ne paraissent pas capables de fournir des vitamines puisqu'au cours des expériences de carence on voit les accidents éclater malgré l'abondance et la variété de la flore intestinale.

Il nous semble donc remarquable que les symbiotes, hôtes normaux de l'organisme, puissent jouer le rôle de vitamines.

Après avoir présenté cette Note sur la demande de leurs auteurs, **M. Y. Delage** fait les remarques suivantes :

L'existence des symbiotes, parasites normaux des organismes, paraît en contradiction avec certaines données de la conception pasteurienne établie sur un nombre presque infini d'expériences. Il n'en est rien cependant, l'existence des symbiotes dans l'organisme résultant d'une infection de celui-ci d'une manière parfaitement banale par des germes contenus dans les aliments et qui traversent la paroi digestive pour se répandre dans les tissus.

La haute thermo-stabilité des symbiotes, vérifiée par les auteurs jusqu'à près de 120°, pour exceptionnelle qu'elle soit, ne saurait être rejetée d'après des considérations *a priori*. Tout ce que l'on peut dire c'est que des expériences d'un caractère paradoxal doivent être plusieurs fois répétées dans des conditions rigoureuses, avant de prendre pied dans la science.

Mais l'interprétation proposée par les auteurs motive certaines remarques d'un caractère moins général et plus précis.

Si les symbiotes sont le substratum des propriétés attribuées à l'hypothétique vitamine, ils doivent être (et les auteurs semblent bien l'admettre) universellement répandus dans les tissus des êtres pouvant présenter les symptômes de carence. S'il en est ainsi, comment se fait-il que ce pigeon, ce rat, dont les tissus sont riches en symbiotes, puissent souffrir de la carence et avoir besoin, pour s'en guérir, de l'introduction dans leurs tissus d'un minime appoint de ces mêmes symbiotes.

S'il en est ainsi, il faut admettre que l'organisme consomme (sous une forme quelconque) ses symbiotes et a besoin qu'ils soient constamment renouvelés par l'alimentation. Pour vérifier cette hypothèse, une expérience s'impose. Les symbiotes injectés proviennent en dernière analyse de tissus animaux cultivés sur des milieux appropriés et dans des conditions convenables. Il conviendrait dès lors d'emprunter ces tissus, origine des cultures, à des animaux carencés. De deux choses l'une : ou bien ces tissus

ne fourniront pas de symbiotes, ou ne fourniront que des symbiotes inactifs, et la conception des auteurs se trouvera confirmée; ou bien ils fourniront des cultures actives contre la carence et l'explication par les symbiotes ne pourra être maintenue ([1]).

Dans le premier cas, si les symbiotes (je préférerais dire le substratum X des propriétés de la prétendue vitamine) sont consommés, détruits ou rendus inactifs dans l'organisme animal et doivent être incessamment renouvelés par l'alimentation, ils ne peuvent l'être qu'indirectement et non de façon indéfinie par l'alimentation animale, et il faut qu'ils existent chez les végétaux sous une forme ou dans des conditions telles qu'ils soient chez eux susceptibles de conservation et de reproduction indéfinies. Il y aurait lieu de rechercher comment se multiplient et se propagent les symbiotes des végétaux, et si ceux-ci pourraient être eux-mêmes carencés et subir pour leur propre compte des effets de carence, ou tout au moins se montrer inaptes à guérir la carence chez les animaux qui en sont nourris.

Si j'ai présenté ces remarques, ce n'est nullement pour contredire la très intéressante expérience des auteurs de la Note que je viens de présenter, mais pour montrer combien cette question reste encore mystérieuse et réclame, pour être élucidée, des expériences nombreuses, variées et conduites de façon irréprochable.

PSYCHOPHYSIOLOGIE COMPARÉE. — *Les perceptions sensorielles chez le Pagure* (Eupagurus Bernhardus). Note de M[lle] **Marie Goldsmith**, présentée par M. Yves Delage.

Au cours d'expériences sur l'acquisition des habitudes chez les Crustacés, j'ai été amenée à observer les mouvements du Pagure lorsque, poussé hors de la coquille qu'il habitait, il est à la recherche d'un nouvel abri, et à examiner quelles sont les perceptions sensorielles qui le guident dans ses recherches. On constate facilement que c'est le sens du tact qui est en jeu: privé de son abri, le Pagure explore avec ses pinces et ses pattes tous

([1]) On pourrait aussi imaginer que les symbiotes de chaque espèce animale sont rendus inactifs pour ces espèces animales, mais restent actifs pour une espèce animale différente. Cette suggestion est loin d'ailleurs d'épuiser toutes les hypothèses que l'on pourrait émettre, mais ce n'est pas ici le lieu de le faire.

les objets qu'il rencontre. Le mode d'exploration des coquilles a été décrit avec soin par M. G. Bohn [1] et je n'y reviendrai pas ; je ne m'arrêterai que sur la question des perceptions sensorielles que cette exploration procure à l'animal. Les perceptions tactiles, unies aux sensations musculaires, peuvent fournir au Pagure des données de trois sortes : 1° sur la forme de l'objet ; 2° sur ses dimensions, et 3° sur l'état de sa surface.

1° Les abris des Pagures étant toujours des objets d'une forme très définie, il semble de prime abord que c'est la reconnaissance de la forme qui doive jouer le rôle principal.

Après avoir fait sortir l'animal de sa coquille, je plaçais sur son chemin des objets fabriqués avec une même matière (de la cire à modeler), de même couleur (rouge), de dimensions comparables (telles que le Pagure puisse facilement les explorer de la façon habituelle), mais de forme différente : cônes droits ou obliques, pyramide, sphère, cube, cylindre, cylindre terminé par des surfaces arrondies. Je partais de cette idée que l'animal explorera un objet d'autant plus attentivement qu'il lui paraîtra se rapprocher davantage, par sa forme, de sa demeure normale. Le nombre de visites aux objets de forme différente ne me paraissait pas concluant, car, le Pagure ne cherchant pas les objets, ce nombre tient surtout au hasard de la rencontre. Je n'utilisais donc ce nombre qu'à titre d'indications permettant de juger de la valeur d'une autre donnée, seule utile par elle-même : *le temps passé à l'exploration de chaque objet*. Ce temps a varié dans mes expériences de 15 secondes à presque 10 minutes, avec un nombre de visites de 8 à 30 pour chaque objet et pour chaque expérience.

Observé à l'aide de ce critérium, voici le comportement de l'animal. Entre un cône droit et un cône oblique (ce dernier imitant davantage une coquille de Buccin), pas de différence, pas plus qu'entre un cylindre ordinaire et un cylindre terminé par des surfaces arrondies, ni entre un cône et une pyramide, ni entre un cône creux et une cupule arrondie creuse, qui, l'un comme l'autre, sont utilisés comme abris. La comparaison entre la sphère et le cube, entre la sphère et le cylindre, donne des résultats tantôt dans un sens, tantôt dans l'autre. Dans trois expériences seulement, le cône était exploré plus longuement que la sphère et que le cylindre à bouts arrondis et ce dernier plus longuement que le cube. Mais vu le nombre beaucoup plus grand d'expériences à résultats négatifs ou contradictoires, j'attribue ces trois cas au hasard. Dans une autre série d'expériences, où j'utilisais des objets de formes diverses, recouverts d'une couche de plâtre, je n'ai observé aucune différence dans le

---

(1) G. Bohn, *De l'évolution des connaissances chez les animaux marins littoraux* (1903).

comportement de l'animal, bien que parmi ces objets figurât la coquille qui avait été sa propre demeure.

Ces résultats, obtenus sur 10 individus d'âge différent, m'amènent à conclure que, contrairement à l'attente, *ce n'est pas la forme* des objets que l'animal perçoit lors de ses explorations.

2° Les dimensions de l'objet semblent jouer un rôle plus important. Des sensations musculaires liées à certaines altitudes et à certains mouvements lors du séjour du Pagure dans sa coquille le renseignent sur l'aptitude de l'objet rencontré à servir d'abri. Ses dimensions doivent être telles qu'il puisse être facilement enserré entre les pattes; il doit, de plus, être suffisamment facile à rouler pour que le Pagure puisse le retourner, comme il le fait d'une coquille. Voici deux expériences que je choisis entre plusieurs:

1. Deux sphères de grandeur différente sont offertes à un jeune Pagure; celle qui correspond le mieux à la taille de l'animal donne une moyenne de durée d'exploration de 23ˢ avec un maximum de 50ˢ; l'autre, de 10ˢ seulement, avec un maximum de 17ˢ; en même temps on constate que les explorations sont beaucoup plus complètes pour la première que pour la seconde. — **2.** A un autre individu j'offre deux cônes de même hauteur, mais de bases différentes; celui qui correspond le mieux à la taille de l'animal est nettement préféré (moyennes : 52ˢ et 17ˢ). D'autres observations, faites au cours d'expériences sur la discrimination de la forme et des états de surface, suggèrent la même conclusion.

3° L'habitat naturel du Pagure étant un objet à surface rugueuse, il était à prévoir que celle-ci attirerait plus qu'une surface lisse.

Un objet rugueux est exploré par le Pagure aussitôt que ses antennes le touchent, tandis qu'un objet lisse, surtout après une certaine fatigue, n'est souvent exploré qu'après hésitation. Avec le critérium déjà employé, j'ai obtenu les résultats suivants: entre un caillou rugueux et un objet en cire molle, imitant sa forme et de mêmes dimensions, la préférence est nette, pour le caillou rugueux (moyennes : 44ˢ pour l'objet rugueux, 10ˢ pour l'objet lisse, avec les maximums respectifs de 2ᵐ20ˢ et de 48ˢ, et avec des explorations nettement plus attentives du premier objet). — Entre une coquille lisse et une coquille rugueuse, la différence porte surtout sur le caractère des explorations : la coquille rugueuse est complètement et soigneusement explorée, tandis que la coquille lisse est souvent simplement touchée. Les durées respectives sont : 32ˢ en moyenne, avec un maximum de 2ᵐ33ˢ pour la coquille rugueuse et de 29ˢ en moyenne, avec un maximum de 2ᵐ12ˢ, pour la coquille lisse. Des expériences analogues, répétées un grand nombre de fois, m'ont toujours donné, avec une netteté variable, des résultats parlant dans le même sens.

Cette discrimination entre les surfaces lisses et rugueuses ne va d'ailleurs

pas très loin; ainsi, entre les objets en cire molle et les objets en verre, je n'ai pas pu observer de discrimination notable, bien que le verre soit beaucoup plus lisse. Les surfaces rugueuses excitent de préférence la réaction spéciale de l'animal, mais les surfaces lisses sont loin d'être sans action; la réaction n'est donc pas aussi strictement adaptée à un excitant spécial que le croient certains auteurs (Washburn, d'après les expériences de G. Bohn).

Perceptions visuelles. — Ces perceptions ne paraissent jouer aucun rôle dans la recherche des abris. Les yeux du Pagure, adaptés à percevoir des objets en mouvement, ne lui permettent pas de voir sa coquille et de se diriger vers elle. Il peut passer à côté ou rester longtemps dans son voisinage sans y faire la moindre attention; pour l'y attirer, il faut remuer l'objet : l'agitation de l'eau provoque alors, de la part de l'animal, des mouvements qui peuvent l'amener à toucher la coquille; alors seulement l'exploration est déclenchée. — Les yeux du Pagure perçoivent les alternances de lumière et d'obscurité; un changement d'éclairement peut arrêter un animal en marche ou, au contraire, le mettre en mouvement s'il se tenait immobile; il provoque en tout cas un changement d'état. En déplaçant un écran au-dessus d'un bassin habité par plusieurs Pagures, à un moment ou tous se tiennent immobiles, on peut les mettre en mouvement les uns après les autres. — Le phototropisme que certains auteurs ont cru constater chez le Pagure m'a paru peu marqué. Pendant fort longtemps et dans des aquariums divers j'ai observé la distribution des animaux entre une partie éclairée et une partie ombragée, et toujours cette distribution m'a paru irrégulière. Il serait donc imprudent, à mon avis, de fonder sur un supposé phototropisme des expériences destinées à montrer l'*aptitude de ces animaux à apprendre* (comme l'expérience de Spaulding qui, les supposant positivement phototropiques, a cru leur inculquer une habitude nouvelle en les habituant à venir dans un coin sombre). Les différences de couleurs (si elles sont perçues, ce qui me paraît douteux) ne produisent pas d'effet. Les fonds colorés (rouge, jaune, blanc, noir, moitié rouge, moitié jaune, moitié blanc, moitié noir) ne provoquent aucune réaction spéciale, ni ne modifient les mouvements d'un animal déjà en marche.

A 16 heures, l'Académie se forme en comité secret.

La séance est levée à 16 heures trois quarts.

A. Lx.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

OUVRAGES REÇUS DANS LES SÉANCES D'AVRIL 1918.

Cours de Géométrie pure et appliquée de l'École polytechnique, par MAURICE D'OCAGNE, t. II. Paris, Gauthier-Villars, 1918; 1 vol. in-8°. (Présenté par M. Humbert.)

Flore forestière de l'Algérie, par G. LAPIE et A. MAIRE. Paris, Orlhac, 1914; 1 vol. 22^{cm}. (Présenté par M. Gaston Bonnier.)

Practical guide to control internal steam-wastes in the reciprocating engine, by EDOUARD TOURNIER. Paris, Challamel, 1918; 1 fasc. 25^{cm}.

Nouvelles tables trigonométriques fondamentales (valeurs naturelles), par H. ANDOYER, t. III. Paris, Hermann, 1918; 1 vol. 33^{cm}.

République française. Préfecture du département de la Seine. Ville de Paris. Services généraux d'éclairage. *Instruction pratique pour la détermination du pouvoir calorifique du gaz* [par LAURIOL et GIRARD]. 1 fasc. 22^{cm}. (Présenté par M. Violle.)

Le Bas-Maine. Étuce géographique, par RENÉ MUSSET. Paris, Armand Colin, 1917; 1 vol. in-8°. (Présenté par M. Haug.)

Ministère de l'Instruction publique. *Mission du service géographique de l'armée pour la mesure d'un arc de méridien équatorial en Amérique du Sud, sous le contrôle scientifique de l'Académie des Sciences* (1899-1906), t. II, fasc. 1 : *Introduction générale aux travaux géodésiques et astronomiques primordiaux de la mission; notices sur les stations. Appendice à l'atlas : origine, notation et sens des noms géographiques de l'atlas, vocabulaires espagnol-français et quichua-français*, par G. PERRIER. Paris, Gauthier-Villars, 1918; 1 fasc. 28^{cm},5.

L'évolution des plantes, par NOEL BERNARD; préface de J. COSTANTIN. Paris, Alcan, 1916; 1 vol. 19^{cm}. (Présenté par M. Costantin.)

Ministère de l'armement et des fabrications de guerre. Direction des inventions, des études et des expériences techniques. *Quelques principes physiologiques pour une politique de ravitaillement*, par LOUIS LAPICQUE. Paris, Masson, 1918; 1 fasc. 21^{cm},5.

La géologie biologique, par STANISLAS MEUNIER. Paris, Félix Alcan, 1914; 1 vol. 22^{cm},5.

La structure des planètes, par A. SOULEYRE. Bone, Émile Thomas, 1917; 1 fasc. 25^{cm}.

Tables nautiques des triangles rectangles rectilignes et sphériques, par ÉRICK et MICHEL DE CATALANO. Bordeaux, G. Frayssé, 1918; 1 vol. 31^{cm}.

Ministère de l'Agriculture. Direction générale des eaux et forêts (2e partie). Service des grandes forces hydrauliques (région du sud-ouest). *Résultats obtenus pour*

les bassins de l'Agly, de la Têt, du Tech et de la Sègre pendant les années 1911 *et* 1912, t. III et IV, fasc. F; — *Résultats obtenus pour les bassins de l'Ariège et de l'Aude pendant les années* 1911 *et* 1912, t. III et IV, fasc. E; — *Id. pendant les années* 1915 *et* 1916, t. IV, fasc. E; — *Résultats obtenus pour le bassin de la Garonne pendant les années* 1915 *et* 1916, t. VI, fasc. C. 4 cartonniers 28^{cm}.

Dix ans de classes entomologiques aux colonies (*Sénégal, Côte d'Ivoire, Madagascar*). *Industrialisation de la chasse aux hétérocères*, par G. Melou. Tananarive, imprimérie de l'Imerina, 1918; 1 fasc. 24^{cm}.

La défense intellectuelle et la guerre, par Maurice Mignon. Extrait de la *Revue politique et parlementaire*, 1917; 1 fasc. 24^{cm}.

Necrologia. El ilustrisimo señor D. Eduardo Mier y Miura, por Rafael Alvarez Sereix. Madrid, Instituto geografico y estadistico, 1918; 1 fasc. 25^{cm}.

Pantosynthèse, par L. Mirinny. Paris, Pommereau, 1918; 1 fasc. 16^{cm},5.

Tratado elemental de goniometria, por J. de Mendizabal Tamborrel. Mexico, Secretaria de Fomento, 1917 (2e édition); 1 vol. 22^{cm}.

Report on the progress of agriculture in India for 1916-1917. Calcutta, Superintendent Government Printing, 1918; 1 fasc. 25^{cm}.

El cuerpo de ingenieros de minas y aguas del Peru. Lima, Torres Aguirre-Lartiga, 1917; 1 fasc. 18^{cm},5.

Anuario de la real Academia de Ciencias exactas, fisicas y naturales, 1918. Madrid, Fortanet; 1 vol. 11^{cm},5.

La real Societad geografica en enero de 1918. Madrid, imp. del Patronato de Huérfanos de Intendencia é Intervención militares, 1918; 1 fasc. 12^{cm}.